

生産性リスク下におけるプロスペクト理論と 期待効用理論の比較分析

仲 澤 幸 壽

要旨：プロスペクト理論に代表される非期待効用理論を理論モデルに導入した応用分析は、あまりなされていない。この論文は、一方の部門に生産性のリスクのある2部門モデルを用いて、期待効用理論とプロスペクト理論との意思決定方式の違いが資源配分に与える効果を比較し、プロスペクト理論のケースの方がリスクのある部門の生産量が増大するという結論を導いている。比較に際しては、2つの財に対する選好の違いではなく、リスクに対する態度の違いのみが焦点になるようそれぞれの関数が特定化される。なお、ここで議論するリスクは、いわゆるモンティ・ホールの問題と見かけ上類似している。しかし、モデルに導入される株式によって、異なるリスクになっている。その点を明示化するため、生産性が確定する前に結果に関する新規情報もたらされるというモデル設定を行う。現実の経済では、結果が確定する前にリスクに関する新しい情報もたらされることがしばしばあるが、リスク情報の変化を検討対象とした経済心理学の研究はほとんどない。ただし、モデルの構造から、ここの新規情報は実体経済には影響しないものになっている。

1. はじめに

経済心理学の研究成果である非期待効用理論はいくつかあるが、それらの理論モデルにおける応用はあまり進んでいない。1つの理由としては、意思決定方式の違いが需要関数等の基本的性質を大きく変えるものではないという見方

にあるであろう。もう1つの理由としては、非期待効用理論が所得あるいは資産の変動リスクを主として対象としているため、消費決定モデルのような形をしていないこともあると思われる。そこで、ここでは、非期待効用理論の代表格であるプロスペクト理論¹⁾を消費決定モデルとして定式化し、同じ2部門モデルの枠内で成立する資源配分を期待効用理論のケースと比較することを試みる。

比較を行うモデルでは、一方の部門の個別の企業の生産性にリスクのある2部門モデルを用いる。しかも、そのモデルでは、生産性がすべて確定する前に、結果の一部が明らかになるという、リスクについての新規情報もたらされる状況を導入している。

現実の経済で、例えば、複数の製薬会社が新薬の開発を競ったり、いくつかの電機メーカーが新たなエレクトロニクス機器のデ・ファクト・スタンダードを競ったりするという状況はしばしば見られるものであり、そのなかで逸早く開発に成功する企業もあれば、完成を前に撤退を表明する企業もある。そのような情報もたらされると、当然株価は大きく変動したりする²⁾。しかし、情報の変化や新規情報が意思決定にもたらす効果については、経済心理学の実験分野でも理論モデルにおいても見るべき成果を上げている研究はほとんどない。

リスク情報が変化する場合の事例として著名なものに、モンティ・ホールのジレンマあるいはパラドクスと呼ばれる問題がある。これは、等確率で当たる3つの籤からの選択において、1つを選択した後に残り2つのうちの外れ籤が明らかにされるといふ新規情報が追加されるものである。そのとき、選んだ籤を別の籤に変更すべきかどうかか意思決定問題となっている。この問題については後にやや詳しく議論するが、現実の経済でいえば開発の成否について新たな情報があったとき株価等がどう影響されるかという問題になるであろう。

1) Kahneman and Tversky (1979) が提示したプロスペクト理論は、経済心理学の嚆矢となっただけでなく、多くのテキスト等で最も代表的な非期待効用理論として紹介されている。

2) いわゆるサブプライム・ローン問題の原因も、例えば2009年1月19日放送のNHKスペシャルの報道によれば、ローンの焦げ付くリスクの算定値が経済状況の変化によって増大したためと言われている。逆に言えば、好況が続いたアメリカ経済のデータを基にしてリスクを過小評価してきたためということである。

当然、当該企業の株主や従業員だけでなく、ライバル企業や取引先企業のステークホルダーにとっても大きな影響があるものと考えられる。

そこで、この論文では、リスクをともなう企業の生産性について、途中で新規情報をもたらされるというモデル設定を採用するのである。しかし、経済にはリスクに対処するための金融資産があり、その機能と保有のしかたによっては、新規情報による影響を回避できたり実体経済への影響を無くすことができたりする。このような観点から、新規情報が経済の資源配分を変えてしまうほど本質的であるケースとそうではないケースとの境界についても明らかになるであろう。

モデルおよび分析は、いずれも初歩的で試行的なものである。それは、意思決定方式の比較とリスク情報の変化という状況を分析することに、多くのデリケートで困難な問題が付き纏うからである。例えば、追加的にもたらされる情報が初期の情報や最終的な結果についての確率分布とどのような関係にあるか、といった問題である。あるいは、意思決定方式の違いによる影響が単なる選好の違いによるものとは異なるようにモデル設定できるかといった問題である。残念ながら、このような問題を解消する一般的な手法やモデル設定の基準は存在しない。すると、注意深いモデル設定をしなければ、単に恣意的な分析に陥る危険性があることになる。それでも、期待効用理論と非期待効用理論の比較分析を試みることには意義があるはずである。

以下では、2節においてモデルの基本構造が説明される。それは2部門モデルであり、一方の産業の企業別の生産量にはリスクがあつて、そのなかで最も成功しない企業がどれかということが新規情報として生産結果が出る前に明らかになるというものである。次の3節では、それとの関係でモンテュー・ホルのジレンマと呼ばれる確率計算の問題を紹介する。それを受けて、4節では意思決定方式の違いによってどのような影響が出るのか、また新規情報の伝達がどのような影響を及ぼすのかが分析される。このモデルにおける新規情報そのものは本質的ではなく、意思決定方式の違いが実体経済の資源配分に影響することが示される。新規情報が本質的でない理由は、生産の成否はどの企業の株価が高くなりどれが低くなるかという分配面に影響するが、産業全体での生

産性が変動するわけではないというリスク構造にある。最後に、5節で分析結果についての議論が行われる。

2. モデル

経済には、 x 財部門と y 財部門の2つの消費財部門があり、 x 財の価格を1とし、 y 財の価格を p とする。この経済には L 人の労働者がいて、各部門に就業する労働者を L_x, L_y とする。労働者の1人当たりの労働供給量は一定とする。2つの産業のうち、 x 財部門の生産にはリスクはなく、労働者1人当たりの生産量を x で一定であるものとする。他方、 y 財部門には3つの企業があり、それぞれの企業における労働者1人当たりの生産量は、 y^0, y^1, y^2 ($y^2 > y^1 > y^0$ で y^1 は y^0 と y^2 の平均) のうち1つが重複しないように等確率で実現するものとする。このことから、各企業の就業者数は等しく、 L_y の3分の1ずつになることが分かる。また、どの企業に就業するかについて事前に差はないので、 y 財部門の労働者の配属企業はランダムに決定されることになる。

さらに、 y 財部門の企業数が限定されているが、ここでは両部門とも完全競争的であるとするとする。

賃金率を w とすると、生産量が確実な x 財部門では完全競争の仮定から、

$$w = x \tag{1}$$

が成り立つ。すなわち、常に利潤が0であり、労働の限界生産力が実質賃金率に等しくなっている。

それに対して、 y 財部門の生産にはリスクがともなうので、リスク・プレミアムが要求されることになる。この点については、さらなるモデルの構造についての説明が必要である。ここでは y 財部門において最も生産性が低い y^0 になった企業の利潤を0とする。すると、他の企業には利潤が発生することになる。その利潤の分配を決めるための株式が存在するものとする。これらのうち、 x 財部門就業者は各企業の株式1枚当たりの配当を3分の1ずつ獲得できる権

利のある債券という形のもを賦与されているものとする。すなわち、 x 財部門就業者は3つの企業の株式を3分の1枚ずつ保有している形になるので、配当所得の総額にはリスクのないことになる。これに対して、残りの株式は、 y 財部門の各企業の就業者が生産終了後にストック・オプションとして請求する権利を有するものとする。すなわち、 y 財部門就業者には、自己の所属する企業の株式を3枚入手する権利があると³⁾とする。このとき、 y 財部門就業者の配当所得にはリスクがともなうので、リスク・プレミアムに相当するものがなければ y 財部門には就業しないことになるので、リスクはあるが株式としては x 財部門就業者の3倍の枚数が賦与されている形となっているのである。

この経済には3つの時点があり、労働者の配分が決定され株式が賦与される期首と、 y 財部門において生産性が最も低い y^0 になった企業が明らかになる中間時点、生産と取引（賃金の支払い、ストック・オプションの権利の行使、配当の支払いも含めて）が実行される期末とからなる。つまり、配当が0になるために株式の価値も消滅する企業が、すべての生産量が決定される前に判明するのである。そこで、残りの企業のうち高い生産性を達成する企業の株式1枚当たりの配当を R 、もう1つの配当が正の企業のそれを r とする。すると、 x 財部門就業者の配当所得は、

$$\frac{1}{3}(r + R) \quad (2)$$

となるのに対して、 y 財部門就業者の期待配当所得は

$$\frac{1}{3}(3r + 3R) = r + R \quad (3)$$

となる。この差、すなわち

$$\frac{2}{3}(r + R) \quad (4)$$

3) 両部門の労働者について株式の配分が異なっている点は、 y 財部門就業者がインサイダーであるため株式取引への参加が排除されていることも意味している。

が、 y 財部門に就業する際のリスク・プレミアムということになる。

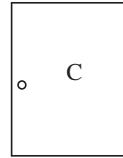
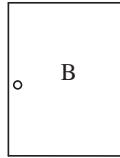
ここで、このモデルの均衡解と中間時点での新規情報の意味を考察する前に、新規情報のもたらされ方が類似しているモンティ・ホールのジレンマについて見ておくことにしよう。

3. モンティ・ホールのジレンマとの比較

これから紹介するモンティ・ホールのジレンマは経済心理学の考察対象ではなく、確率論の練習問題である⁴⁾。発端は、新聞の日曜版に挟まれていた‘PARADE Magazine’という雑誌に、Marilyn Vos Savant という大変に IQ の高いことで有名な人が連載していた‘Ask Marilyn’というコラムへの読者からの投書だという。その質問に対する Vos Savant の解答（1990年9月）を読んで、著名な有識者も含めて1万件ほどの反論や疑問が寄せられて論議が沸騰したため、有名になった問題である。なかには、確率論の専門誌へ投稿された専門家の議論もあったという。結局は Vos Savant の解答が概ね正しかったということになったのだが、色々な意味で興味深い構造の問題である。

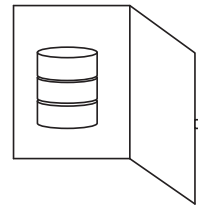
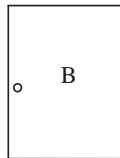
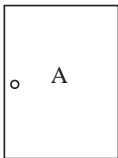
1960年代から70年代にかけて、Monty Hall が司会者を務める‘Let’s Make a Deal!’というテレビの視聴者参加番組があった。番組終盤で、勝ち残った番組参加者は高額景品をかけて最後のゲームに臨むことになる。それは、次のようなものであった。スタジオにはドア（あるいはカーテン）が3つあり、それぞれ A, B, C と書かれている。このうち、1つのドアの中には高額の賞品が入っており、他の2つには Monty Hall が‘zonks’と呼ぶおふざけのもの（ロバとかヤギといった動物やドラム缶等、番組参加者には価値のないもの）が入っている。もちろんゲームをする番組参加者にはドアの中は分からないが、Monty Hall は当たりのドアを知っている。

4) モンティ・ホールのジレンマについては Frey (2006), 西村 (2007) 等を参照のこと。



問題はこうである。まず、番組参加者が1つのドアを選ぶ。すると、残りのドアのうち少なくとも1つは外れである。そこで、Monty Hallは外れのドアの1つを開けて見せる。中には思わぬものが入っていて、テレビ的に笑いをとる。Monty Hallは残された2つのドアを指さして、番組参加者に問いかける。「最後のチャンスです。あなたは選んだドアを残りのドアに変えることもできます。さあ、どうしますか？」という問いである。このとき、選んだドア変更した方が当たる確率が高いのか、そのままにした方がよいのか、それともどちらでも同じなのか、ということである。

例えば、Aが選ばれ、Monty HallがCを開けて中を見せたとする。Cの中には、例えば古びたドラム缶(zonksの1つ)が入っていたとしよう。それを受けて、Aという選択をBに変更した方がよいのかどうか、という問題である。



この問題の確率論的正解は、「変更すべきである」ということになる。それは、次のような理由による。番組参加者が選択したもの(例えばA)が当たりである確率は3分の1である。それに対して、当たりが残りの2つ(例えばBまたはC)のうちの1にある確率は3分の2である。Monty Hallが外れのドアの1つを開けても、この確率に変化はない。よって、3分の2の確率がある方に変更した方が3分の1の確率に賭けるより当たる可能性が高いことになる。

Cが外れならAかBの当たる確率は2分の1ずつだろう、と直観的に考えたとすると間違いということになる⁵⁾。どこが間違いかという、Monty HallがCを開けて外れだと示したことを前提条件にしている点である。その誤解がなるべく生じないように問題を言い換えると、「あなたがドアを1つ選んだ後に、Monty Hallは残り2つのドアのうち外れの1つを開けます。あなたはドアの選択を変えるチャンスがありますが、変えますか?」という表現になる。この問題では下の表にあるように、ありうるケースは3つしかなく、そのうち特定の1つが生じる確率は3分の1である。ある人がAを選択したとき、外れとして開けられるのは、BまたはCである。ここで、たまたまCが開けられたということに引きずられると間違いなのである。Monty HallはBを開けたかもしれない。いずれにしても、Aが当たる確率は3分の1であり、BまたはCが当たる確率は3分の2である。だから、Monty Hallが開けなかった方に当たりのある確率は、自分が選択したものより、常に2倍高いのである。実際の番組でも、最初の選択を変更した参加者の方が景品を当てた比率が高かったそうである。

A	B	C
○	×	×
×	○	×
×	×	○

○…当たり，×…外れ

いま説明したように、モンティ・ホールのジレンマあるいはパラドクスと呼ばれる問題は、あくまで確率の求め方についてのものである。上で述べた確率の考え方が正しいとされるまでに、専門家も含めて多くの人々が論争を展開したそうであり、確かに確率を求める問題としては難しいのかもしれない。しかし、問題の構造は簡単である。

この意思決定問題は、すべての結果が分かる前に3つのなかで外れの籤がど

5) この直観が極めて正しく思えるので、この問題はモンティ・ホールのパラドクスとも称されている。実際、Vos Savantの解答に対する反論の多くもこの見解だったようである。その際ポイントになるのは、Monty Hallはドアの中身をすべて知っている、常に外れのドアを開けることができるという点にある。

れか分かるという意味で、前節で提示したモデルと情報構造に共通点がある。すると、中間時点で例えばCという企業の生産性が y^0 であると判明したとき、モンティール・ホールのジレンマのように結果予測を考えるべきなのであろうか。例えば、A社の従業員は自社が高生産性に成功する確率をB社の半分と考え、B社の従業員はA社の半分だと考えるべきなのであろうか。あるいは、A社の株式の価値はB社より低いと同時に、B社の株式の価値もA社より低いとみなすべきなのであろうか。

この問いに対する答えは、ノーのはずである。その理由は、情報構造は類似しているように見えても同じではなく、選択の構造も違うという点にある。まず x 財部門就業者にとっては、どの企業の生産性が低いか明らかになったとしても、(2)式であらわされている配当所得の受領額に変化は生じない、ということが挙げられる。つまり、期首に最適ポートフォリオの株式組合せを賦与されていることを意味する。であるから、たとえ株式の取引が可能であったとしても、それを行う理由は存在しない。

もう一方の y 財部門就業者にとっても、結果としては x 財部門就業者と同じである。情報構造の点であるが、モンティール・ホールのジレンマのケースでは、司会者はどれが当たりでどれが外れか知ってゲームを進めていた。それに対して、前節のモデルではどの企業が最も高い生産性を達成するのか中間時点では誰も知らない。よって、残りの2つの企業は、より高い配当 R を達成するのか次善の r の達成になるのかについて、いずれも等確率である。

情報構造の問題を別としても、選択の点においてモンティール・ホールのケースと同じ考え方をすると矛盾が生じる。経済学的には、所属企業を変更することもできないし、自社株のストック・オプションの権利は結果確定後にしか行使できず、中間時点ではその権利を売買することもできない。仮に権利の売買ができたとするならば、A社の従業員とB社の従業員との間で株式の交換が行われることになるであろう。すなわち、両社の株式は等価交換されることになる。等価交換されるものの一方が他方より高い収益をあげる可能性が高いということは矛盾である。

このように、前節で提示した中間時点での新規情報は、表面的には確率論の

問題として面白いモンティ・ホールジレンマと類似性を持つように見えるが、異質の面が大きい。それには、ポートフォリオを組んでリスクを回避するという選択手段があるかどうかが大きく作用している。もしモンティ・ホールのジレンマのケースでもゲーム理論における混合戦略のような選択が可能であったなら、1つが外れと明かされても残りの2つの選択肢が当たりとなる確率は等しいが正しいことになる。株式市場の持つこの性質をふまえて、次節でモデルの均衡解の性質をみてみることにしよう。

4. 意思決定方式の相違と新規情報の影響

2節で提示したモデルの均衡解を求めるためには、リスク・プレミアムを算定するために労働者の選好が特定化されなければならない。ここでは、労働者が同質的で期待効用理論にしたがう選好を持つケースと、同様に同質的でプロスペクト理論に従うケース、ならびに両者が混在するケースを比較する⁶⁾。以下では、双方の比較を意味あるものにするため、2つの消費財への支出性向やリスク回避度には差がなく、リスクを評価する際の確率の捉え方のみには差があるような特定化を行う。

(1) 期待効用理論のケース

ここでは、期待効用理論にしたがう主体のノイマン・モルゲンシュテルン型効用関数を

$$u = (x^\alpha y^{1-\alpha})^\beta, \quad 0 < \alpha, \beta < 1 \quad (5)$$

という対数線形の関数に特定化する。ここでの β についての仮定は、正のリスク・プレミアムを導出するためである。

6) 意思決定方式の違いによって経済の資源配分に重要な変更が生じるのであれば、経済心理学の応用モデルの開発が進まず、期待効用理論偏重の研究がなされている現状を再考する一助になるであろう。

効用関数が(5)式の形の場合、均衡で成立する y 財の価格を p^e 、 y 財部門の 1 株当たりの正の配当を r^e 、 R^e として次の命題が成立する。

命題 1：均衡価格 p^e はリスク・プレミアムの大きさに決定され、均衡におけるそれぞれの部門への労働力の配分 L_x^e 、 L_y^e は

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \left(1 + \frac{r^e + R^e}{x}\right) \frac{L_y^e}{L_x^e} \quad (6)$$

によって決定される。

[証明]

(5)式および x 財部門就業者の所得から、その 1 人当たりの各財の需要は

$$x_x = \alpha \left(w + \frac{r+R}{3}\right), \quad y_x = (1-\alpha) \left(w + \frac{r+R}{3}\right) \quad (7)$$

である。同様に y 財部門の労働者については、達成された生産性に応じて配当所得が代わるために、

$$y^0 \text{ のとき} \quad x_y^0 = \alpha w, \quad y_y^0 = (1-\alpha)w$$

$$y^1 \text{ のとき} \quad x_y^1 = \alpha(w+3r), \quad y_y^1 = (1-\alpha)(w+3r) \quad (8)$$

$$y^2 \text{ のとき} \quad x_y^2 = \alpha(w+3R), \quad y_y^2 = (1-\alpha)(w+3R)$$

である。労働者にとって、(7)で達成される効用と(8)から導かれる期待効用が無差別にならなければならないので、

$$\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} \left(w + \frac{r+R}{3}\right)^\beta p^{-(1-\alpha)\beta}$$

$$= \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}{3} \{w^\beta + (w+3r)^\beta + (w+3R)^\beta\} p^{-(1-\alpha)\beta} \quad (9)$$

より,

$$\left(w + \frac{r+R}{3}\right)^\beta = \frac{1}{3} \{w^\beta + (w+3r)^\beta + (w+3R)^\beta\} \quad (10)$$

が成立する。効用関数が(5)式の場合、(4)式のリスク・プレミアムは、(10)式を満たすものとして決定される。リスク・プレミアムが決定されると、完全競争の仮定から y 財部門労働者 1 人当たりの生産価値が⁸、1 人当たりの平均の分配所得とが等しくならなければならないことから、

$$py^1 = \frac{1}{3}(w + w + 3r + w + 3R) = w + r + R \quad (11)$$

が導かれる。それと同時に、生産に関する条件と(7)式および(8)式の個別需要の合計から、次の 2 式が 2 つの財の需給均衡条件式となる。

$$xL_x = \alpha \left(w + \frac{r+R}{3}\right) L_x + \alpha(w+r+R)L_y \quad (12)$$

$$py^1 L_y = (1-\alpha) \left(w + \frac{r+R}{3}\right) L_x + (1-\alpha)(w+r+R)L_y \quad (13)$$

ここで、均衡解を意味する添え字を用いて(12)式と(13)式の比を書き直せば、

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{p^e y^1}{x} \frac{L_y}{L_x} \quad (14)$$

が得られる。これに(11)式を代入すれば、命題 1 の(6)式

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \left(1 + \frac{r^e + R^e}{x}\right) \frac{L_y^e}{L_x^e}$$

が導かれる。〈終〉

この命題は、効用関数のパラメータ α , β によって両部門への労働力配分が決定され、価格体系を決定されるということを意味している。この均衡解については、次の命題も成立する。

命題 2：均衡価格 p^e ならびに均衡における両部門への労働力配分 L_x^e , L_y^e は、中間時点の新規情報から独立である。

[証明]

命題 1 の証明にあったように、均衡価格 p^e は(11)式にあるように期首の情報にしたがって決められるリスク・プレミアムによって決定される。各財に対する需要関数は価格弾力性が常に 1 であるため、価格の決定が需要量の決定を意味し、それにしたがって生産量が決まることから両部門への労働力配分 L_x^e , L_y^e も決定される、という体系になっている。つまり、新規情報が配当所得を変化させることを通じて需要量を決める所得総額を変化させるという効果を持つのでなければ、モデルの最終的均衡解は影響受けないことになる。この点については前節のモンティ・ホール・ジレンマとの比較の最後の部分で議論したが、 x 財部門就業者の実質配当所得は各企業の生産性がどのようになるかとは無関係に一定になるようにポートフォリオが組まれている。また、 y 財部門就業者に関しては、配当所得が 0 の就業者は確定し残りの 2 つの企業の就業者の期待所得は増大するが、部門全体の就業者の総配当額は変わらないので市場の需要量に変化はないことになる。すなわち、中間時点の情報は y 財部門就業者の所得分配についての情報にはなるが、資源配分を変化させるものにはならないのである。〈終〉

ここで決定的に重要なリスク・プレミアムは配当額 r^e , R^e の和として表わされるが、 r^e と R^e の比率は期首におけるリスク情報と生産上の条件 y^0 , y^1 , y^2 の大きさに決められるものである。したがって、中間時点で y 財部門のどの

企業の生産性が最小になったかが判明しても、影響を受けない。中間時点の情報、原理的には株価に影響するが、これも既に前節の末尾で議論したように、株価自体の取引がなされないのでキャピタル・ゲインやロスを実現しない。配当額の分配結果の予測の一部が確定するだけである。その意味で、このモデルで考察している中間時点の情報は本質的影響力を持たないものである⁷⁾。

(2) プロスペクト理論のケース

プロスペクト理論は、価値関数と確率を主観的に修正した重み関数によって構成される。価値関数は、現状バイアス効果を取り入れて現状の所得または資産の水準を0として、そこからの利得と損失に関して非対称のものとして図1のように構成される。すなわち、現状が変化するたびに原点が移動するという性質を持つ。原点が常に確定しているわけではないという点が、プロスペクト理論の特徴でもあり、批判する側からすれば難点ということになる。

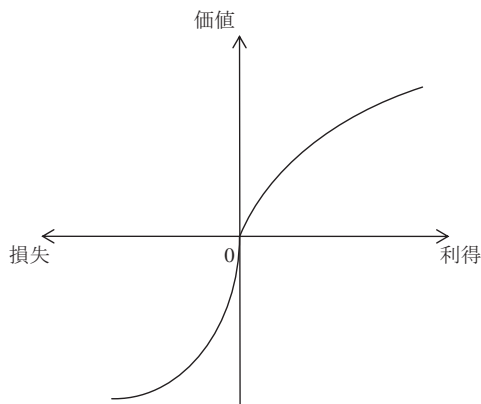


図1 プロスペクト理論の価値関数

この価値関数の特性は、利得に関しては危険回避のだが損失に関しては危険愛好的であるという点と、ある額の利得の価値と同額の損失の価値は非対称であるという点にある。これらの点は、数多くの経済心理学的実験成果との整合

7) 金融論の用語でいけば、y 財部門の生産に関するリスクがベータ・リスクではないのである。

性を追求した結果である。プロスペクト理論は、期待効用理論のように合理的であるならこうすべきという規範的理論ではなく、人々の行動を記述するための理論なのである。さて、図1のように価値関数は所得や資産に対して構成されているのであるが、ここでのモデルの枠組みにおいて期待効用理論と比較するためには、消費に対する価値関数として書き直さなければならない。2節のモデルの設定では、期首における現状は所得0という水準であり、それが負になる可能性はない。よって、書き直す部分も正の所得に対応する消費の部分である。しかも、2つの消費財に対しての支出性向が前述の期待効用理論のケースと異なるのであれば、結果に違いが出るのが当然ということになってしまう。よって、ここでは価値関数は(5)式と同じものとする。すなわち、価値を v で表記するとすると、

$$v = (x^\alpha y^{1-\alpha})^\beta, \quad 0 < \alpha, \beta < 1 \quad (15)$$

とするのである。

もう1つのプロスペクト理論の特徴である重み関数とは、客観的確率 μ を習慣的に $\pi(\mu)$ という値に変換するものである。これも数多くの実験結果から、図2の逆S字型カーブのような形状となることが知られている。

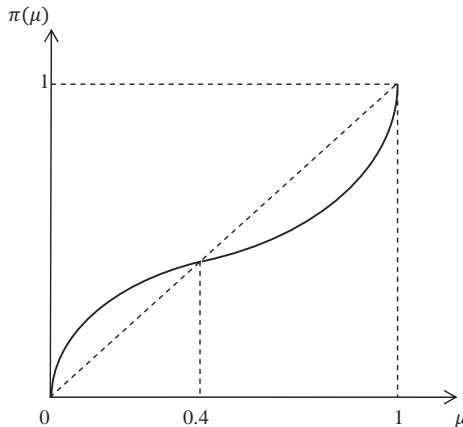


図2 プロスペクト理論の重み関数

重み関数の特徴は、確率が0とおおよそ0.4前後の間においては過大評価が生じて、確率が0.4と1の間では過小評価が生じるというものである。プロスペクト理論では、この重み関数を用いて上記の価値関数の期待値を求め、それを最大化するように人々は行動するとされる。すなわち、離散的確率分布のケースでは、

$$\sum \pi(\mu)(x^\alpha y^{1-\alpha})^\beta \quad (16)$$

というように期待効用理論は修正されると考えるのである。

2節のモデルにおいて、労働者がこの意思決定方式にしたがって行動するとすれば、期待効用理論の違いは3分の1という確率を過大評価し、2分の1という確率は過小評価するという点だけということになる。すると、この場合の均衡価格を p^π 、各部門への労働配分を L_x^π 、 L_y^π として、次の命題が成立することになる。

命題3：意思決定方式がプロスペクト理論にしたがう場合、期待効用のケースと比較して、

$$p^\pi < p^e, \quad L_x^\pi < L_x^e, \quad L_y^\pi > L_y^e \quad (17)$$

が成り立つ。

[証明]

選好が(16)式の場合、 x 財部門就業者の各財への需要は、配当を r^π 、 R^π とすると、

$$x_x^\pi = \alpha \left(w + \frac{r^\pi + R^\pi}{3} \right), \quad y_x^\pi = (1 - \alpha) \left(w + \frac{r^\pi + R^\pi}{3} \right) \quad (18)$$

である。同様に y 財部門の労働者については、

$$\begin{aligned}
 y^0 \text{ のとき} \quad & x_y^{0\pi} = \alpha w, \quad y_y^{0\pi} = (1 - \alpha)w \\
 y^1 \text{ のとき} \quad & x_y^{1\pi} = \alpha(w + 3r^\pi), \quad y_y^{1\pi} = (1 - \alpha)(w + 3r^\pi) \quad (19) \\
 y^2 \text{ のとき} \quad & x_y^{2\pi} = \alpha(w + 3R^\pi), \quad y_y^{2\pi} = (1 - \alpha)(w + 3R^\pi)
 \end{aligned}$$

である。これらの消費によって達成される x 財部門就業者の価値関数の値と y 財部門就業者の重みによる主観的期待価値関数の値とが均衡では等しくなるので、

$$\left(w + \frac{r^\pi + R^\pi}{3} \right)^\beta = \pi \left(\frac{1}{3} \right) \{ w^\beta + (w + 3r^\pi)^\beta + (w + 3R^\pi)^\beta \} \quad (20)$$

が成り立つ。ここで、リスク・プレミアムが期待効用理論のケースより小になることを示すために、配当額 R^π と r^π の比率を求める。生産性に関して、

$$2y^1 = y^0 + y^2 \quad (21)$$

が成り立っていることと、

$$0 = p^\pi y^0 - w, \quad r^\pi = p^\pi y^1 - w, \quad R^\pi = p^\pi y^2 - w \quad (22)$$

から、

$$2r^\pi = R^\pi \quad (23)$$

がいえる。これを用いて(20)式を書き直せば、

$$(w + r^\pi)^\beta = \pi \left(\frac{1}{3} \right) \{ w^\beta + (w + 3r^\pi)^\beta + (w + 6r^\pi)^\beta \} \quad (24)$$

となる。(24式で求められるリスク・プレミアムが期待効用理論のケースと比較してどう異なるかは、重み関数によって優加法性が成り立っていることの効果と同値である⁸⁾。(24式の左辺に表れている x 財産業従事者の所得を z と記すことにしてリスク・プレミアムを ρ とすれば、

$$z^\beta = \pi \left(\frac{1}{3} \right) \{ (z - r^\pi)^\beta + (z + \rho)^\beta + (z + r^\pi + \rho)^\beta \} \quad (25)$$

となる。ここで重みの変化がリスク・プレミアムに与える効果を求めると、

$$\frac{d\rho}{d\pi} = - \frac{(z - r^\pi)^\beta + (z + \rho)^\beta + (z + r^\pi + \rho)^\beta}{\beta \{ (z + \rho)^{\beta-1} + (z + r^\pi + \rho)^{\beta-1} \}} < 0 \quad (25)$$

であることが分かる。すなわち、確率3分の1を重み関数でより大きな値に変換する意思決定方式では、リスク・プレミアムは期待効用理論のときに比して小さいことになる。リスク・プレミアムと配当額とは比例関係にあるので、

$$p^\pi = w + r^\pi + R^\pi < p^e = w + r^e + R^e \quad (25)$$

となる。期待効用理論のケースより y 財の均衡価格が低いことと、(14式の労働力配分の決定式から $L_x^\pi < L_x^e$ および $L_y^\pi > L_y^e$ が帰結する。〈終〉

すなわち、同質的労働者が確率を重み関数で修正するようなプロスペクト理論にしたがって行動するときには、2つの財への消費性向が同じであっても y 財への労働力配分が増加し、その分だけ生産と消費も異なった結果になるのである⁹⁾。その意味で、期待効用理論にしたがうかプロスペクト理論にしたがう

8) 優加法性とは、確率の和が1を超える状態のことである。逆に1未満になるのを劣加法性といい、Ellsberg (1961) が提示した曖昧性回避にしたがう期待効用理論の修正として、Schmeidler (1986) が提示した積分方法を用いた Gilboa (1987) の理論がある。この点については仲澤 (1991) も参照のこと。なお、プロスペクト理論の重み関数では、優加法性と劣加法性の双方が生じる可能性がある。しかし、この点を掘り下げて検討した研究は見当たらない。

かは本質的である。

さらに、このケースにおける中間時点での情報については、次のことがいえる。

命題 4：プロスペクト理論にしたがうケースでは中間時点で情報が公開された時点で正の配当が期待される企業の株式価値の評価額は、期待効用理論のケースに比べてより小さい。

[証明]

中間時点においては、 $r^{\pi} + R^{\pi} < r^{\circ} + R^{\circ}$ より直ちに導かれる。 x 財産業従事者にとってはリスクのない形のポートフォリオを通じて評価しているので、重み関数とは無関係に株式価値が決まるので、配当額の大小関係がそのまま株式の価値の大小関係になる。 y 財産業就業者で正の配当を得る可能性の残された人々は、確率 2分の1 をより小さな値に変換する。期待効用理論のケースに比して評価対象となる配当額も低く重みも小さくなるので、評価額は明らかに低い。〈終〉

ただし、期首における株式の評価額の判定は難しい。 x 財産業従事者の評価額は、命題 4 と同様に期待効用理論のケースに比べて低くなる。しかし、 y 財産業就業者は確率 3分の1 をより大きな値に変換して評価するので、各場合の配当額が小さくなくても重みによ主観的な期待配当額は必ずしも小さくなるとは限らないからである。

だが、株式の評価額が異なるものになったとしても、このモデルではそれが実体経済に影響を与えることはない。なぜなら、株式評価額はシャドウ・バリューであって、取引をとまなうものではないからである。上で述べたケースでは、中間時点で x 財産業従事者の評価額が y 財産業就業者のそれを上回る

9) 前に述べた優加法性の効果であるが、これは仲澤 (2004, 2005, 2007a) で研究した「過信」の成立と同じ性質のものである。そこでは、自己の成功の可能性を過大評価する行動が経済を活性化する上で重要なことが指摘されている。

可能性があった。しかし、 y 財産業従事者はインサイダーであるため、最終時点でストック・オプションを行使して配当を受け取る権利はあっても、中間時点で株式の売買を行うことはできないのである。

(3) 混合ケース

これまでの議論は、すべての主体が期待効用理論にしたがうかプロスペクト理論にしたがうかという形で進められてきた。すなわち、意思決定方式の同質性の仮定である。同質的主体を前提に導出された分析結果は、その前提に束縛されているものであり、それだけ一般性が制限されている。しかし、この仮定を完全に外して分析することは、かなり難しい作業である。そこで、ここでは次のような形での意思決定方式の異質性を導入する。すなわち、期待効用理論にしたがう労働者が L_x^e だけおり、プロスペクト理論にしたがう労働者が L_y^e だけいるとするのである。このとき、次の命題が成立する。

命題 5： y 財の均衡価格は p^π に等しく、期待効用理論にしたがう L_x^e だけの労働者は全員が x 財産業に従事し、プロスペクト理論にしたがう L_y^e だけの労働者は全員が y 財産業に従事する。

[証明]

プロスペクト理論にしたがう労働者が要求するリスク・プレミアムは期待効用理論にしたがう労働者が要求するものより小さいので、 y 財産業の生産物の価格はプロスペクト理論にしたがう労働者を雇用した方が低くなる。これは、(25)式で示されている大小関係である。したがって、完全競争の原理により、 y 財産業はプロスペクト理論にしたがう労働者を雇用し、そのために必要なリスク・プレミアムを満たす配当額は r^π 、 R^π となるので、均衡価格は p^π になる。この価格のもとで y 財産業に配分される労働者数は L_y^e なので、プロスペクト理論にしたがう労働者は全員が y 財産業に就業する。このときの配当額は、期待効用理論にしたがう労働者が y 財産業に従事するために要求するリスク・プレミアムを満たさないので、期待効用理論にしたがう L_x^e だけの労働者

は y 財部門に就業するインセンティブを持たず、全員が x 財部門に就業する。
<終>

すなわち、資源配分は全員がプロスペクト理論にしたがう場合とまったく同値になるのである。異なるのは、意思決定方式の違いによって、リスクのある産業に就業するかどうかが分かれる点である。だからといって、いつでもプロスペクト理論にしたがう労働者がリスクのある産業に就業し、期待効用理論にしたがう労働者が所得の保証された産業に就業するというわけではない。この節のような結果は、等確率でリスクに直面している3つの同質的な企業があるために、3分の1という確率でリスクが表されるからである。プロスペクト理論における重み関数で、3分の1はより大きな値に変換されるため、プロスペクト理論にしたがう労働者がよりリスク・テイキングに見える行動をするのである。リスクを表す確率が違う値であれば、逆の結果になることもあるのである。例えば、複数の企業があっても、それぞれの企業が高生産性を達成する確率が60%で低生産性に落ち込む危険性が40%だとすると、プロスペクト理論の重み関数では成功の可能性60%をより低い値に変換してしまう。すると、期待効用理論にしたがう個人よりも危険回避的になるであろう。

しかし、いずれの場合にしても、ここで前提としたような意思決定方式における少しの違いが、資源配分にとって本質的な影響を及ぼすことになる。結果が確定する前に新規情報もたらされるということについては、意思決定方式の違いほどの影響はないということになる。

5. 議 論

この論文で検討したのは、意思決定方式の違いと結果が明らかになる前での情報の追加という2つのものである。この2つは、経済心理学の観点から見ると密接に関連している。どのような文脈にせよ、情報が追加されるとき、非期待効用理論の立場からは、単にベイズの定理にしたがって確率を計算し直すといっただけのものとは異なる現象の発生が注目される。例えば、フ

レーミング効果¹⁰⁾の観点からすれば、新規情報のもたらされ方だけでなく、どのような表現やメディアで伝達されるかによっても意思決定は左右されることになる。つまり、経済心理学の考え方では、意思決定問題の情報のもたらされ方と意思決定方式の間に関係があるとされるのである。

検討した2つの点のうち期待効用理論とプロスペクト理論の違いの方が、中間時点でもたらされる新規情報よりも資源配分に与える影響が本質的である、という結果になった。ただし、意思決定方式の違いがもたらす資源配分の変化がどれほど本質的かどうかは、分析の目的によって異なってくる。別の言葉でいえば、非期待効用理論の負うお湯価値は、モデルの目的によって異なってくるのである。単に均衡が存在することを確認するだけなら、それほど大きな相違点にはならない可能性が高い。そういう立場からすれば、非期待効用理論の有用性はほとんどないことになる。

さらに、モデルの目的が政策分析である場合でも、同様のことがいえる場合もある。例えば、y 財産業の振興策を検討する場合である。プロスペクト理論にしたがう人々を前提にした方が期待効用理論にしたがう人々を前提にするより、y 財産業への就業者数が増加し生産量も拡大する。その理由は、確率を重みに変換するプロスペクト理論の方が必要なリスク・プレミアムが少ないからである。しかし、例えば補助金や就業者の所得補填等の政策で y 財産業の振興を図る効果を考察する場合、いずれの理論のモデルでも定性的には同じ効果が導かれるであろう。ここでも、特に非期待効用理論を用いる必要性は少ないことになる。

この論文で提示したモデルにおいて、非期待効用理論と期待効用理論との間で定性的効果が異なってくるのは、中間時点での新規情報の効果である。1つの企業が高生産性獲得の可能性から脱落することが明らかになると、残り2つの企業の成功確率が上昇することになる。しかし、プロスペクト理論の場合、2分の1の確率は過小評価されるために、成功報酬の期待価値が期待効用理論

10) フレーミング効果とは、選択肢の表現方法によって選択結果が影響されるという効果のことである。例えば、癌の治療法として放射線照射と外科治療を比較するとき、施術後の生存確率で比較するか、死亡の危険性で比較するかといったものである。広田他編著（2006）等の解説参照。

とは異なってくる。この論文では、株式市場の構造と中間時点での労働移動の制限から、この違いが資源配分に影響することはなかった。しかし、下でも述べるように、中間時点の情報が y 財産業の労働者のインセンティブに異なる影響を及ぼす可能性が出てくる。もし y 財産業の振興を図るのであれば労働者のインセンティブを高める必要性があるので、リスク情報の変化に応じて実施する施策を変更する必要性が出てくる。このような観点からの分析を行う場合には、非期待効用理論を用いる価値が高まるといえるであろう。

非期待効用理論の利用価値は別にしても、この論文で導かれた結果が、モデルの特定化によることは明らかである。ここでいうモデルの特定化とは、各消費財への支出性向が一定になる対数線形の効用関数を前提にして客観的確率と重み関数の違いのみが意思決定に影響する相違点としたことと、リスクが生産総量ではなく企業間の生産性の違いにのみ現れるものという点である。

前者の効用関数の対数線形性は、 y 財部門の価格決定においてモデルの単純化に貢献している。この形の効用関数は確かによく用いられるものであるが、2つの消費財の間での交差効果がないという性質から、結論がかなり特徴的なものになる。例えば、 y 財産業の生産性が全体的に λ ($\lambda > 1$) 倍になったとしよう。すると、(14)式から明らかのように、このモデルでは均衡価格が $1/\lambda$ に下落することになる。生産性が向上すると限界費用が低下して均衡価格が下落するのは自然であるという解釈もあるが、このモデルでは価格の下落は配当所得の低下を意味する。生産性の向上が技術開発競争の結果達成できたものであるなら、それによって配当所得が下落することは技術開発のインセンティブと整合的でない。そう考えると、ここでのモデルにおける y 財部門の生産性について、開発競争の不確実な成果と解釈することには限界があることになる。

さらに、 y 財産業の3つの企業の達成可能な生産性が y^0 , y^1 , y^2 の3つとされ、これら3つの生産性が各企業にランダムに割り当てられるという形になっている、という特定化には議論の余地があるであろう。この特定化によって、結果が明らかになる前からポートフォリオを組むことによって配当所得のリスクをゼロにできるからである。そのため、産業全体での生産量は一定値を達成できるという仮定は、本質的にリスクではないという批判も十分に予測される。

この点については、例えば次のような変更があったとしても結論が変わらないということに注意すべきである。それは、A、B、Cの3つの企業の生産達成確率が下の表のようにになっている場合である。

A	B	C	確率
y^0	y^2	y^1	$\frac{1}{12}$
y^2	y^1	y^0	$\frac{1}{4}$
y^1	y^0	y^2	$\frac{1}{6}$
y^0	y^1	y^2	$\frac{1}{12}$
y^2	y^0	y^1	$\frac{1}{4}$
y^1	y^2	y^0	$\frac{1}{6}$

この場合でも、 $y^2=y^1+k$ 、 $y^0=y^1-k$ (k は正の定数) という条件から、各企業の達成可能な生産性の期待値は等しくなる。ただし、期待効用は企業Aに就業する場合と他の2つの企業に就業する場合との間で異なるので、要求されるリスク・プレミアムは異なりうる。その点も考慮してストック・オプションの権利を調整すれば¹¹⁾、どの企業に就業するかも無差別にできる。企業間の労働力獲得競争によって待遇均等化が均衡の条件なので、そのようなストック・オプション契約の成立も不自然ではない。他方、 x 財産業の労働者にとっては、すべての株式を1枚ずつ賦与されるという仮定がそのままであっても、配当所得の期待額が一定というモデルの設定はそのまま成立することになる。また、中間時点でいずれか1つの企業の生産性が明らかになった場合の議論についても、変更の必要がないことは明らかであろう¹²⁾。

11) それに応じて、株式発行総数の仮定も調整されなければならない。しかし、結果的に株式の取引は生じないので、この点に関しての問題は一切生じない。

しかし、このようなモデルの性質について、理論モデルの構築方法の観点からだけでなく、現実の経済におけるリスクはそういうものではない、という観点での疑義もあるかもしれない。

例えば、3つの企業が同じ種類の新製品開発に鎬を削っているとしたとき、どの程度の成功状態が達成可能か事前に分かっているのかという疑問である。具体的な例でいうと、ハイブリッド・カーが最近のヒット商品になっているが、開発段階でこれほどのブームになることを予測できたかどうかといったことである。もし、そこまでのブームは予測できてなかったとすると、中間時点での新規情報としては当初予測を変更するものであるべきということになる。逆のケースもある。非常に技術が高度化した最新世代の家庭用ゲーム機市場においては、開発段階で予測されたほどの販売額を達成できていない。この場合も、期首の情報が時間とともに変更されるというのが自然ということになる。

すると、中間時点での情報によって株価が変化するだけでなく、実体経済にも影響を及ぼすことになる。例えば、当初の予想ほどの成功が収められないということになったり開発から撤退する企業が出たりすると、労働者が他の部門へ転出していくということが生じるであろう。そうなれば、当然に資源配分が変更されるという本質的影響が及ぶことになる。

だが、そのような新規情報もたらされるというモデル設定をすると、別の問題が生じることになる。もし、期首に投資家が予測した内容が誤りだということであれば、それは情報が十分でない段階で開発や生産活動が開始され、投資家が資金を提供しているということになる。現実には、新製品を開発して売り出すとき、企業は入念なマーケット・リサーチを行って需要予測をする。また、投資家に対しては証券会社等の当該業界の専門家が将来予測の情報を提供している。そのような情報に基づく予測が、まるっきり当てにならないということは不自然である。

さらに別の問題もある。期首において完備な情報がないという前提でモデル

12) モンティー・ホールの問題との違いに悩む必要性もなくなる。どれかの企業の生産性が y^0 になると、残りの企業が y^2 を達成する確率も具体的に求められるからである。

を構築するなら、どのような結論でも導けてしまうということである。例えば、業界として成功の可能性が高いと予測されていた分野について、中間時点で逆の情報をもたらされるとすれば、バブルの発生と崩壊を記述したことになる。しかし、そのような説明に意味があるであろうか。

このように考えてくると、結果が明らかになる前に新規の情報をもたらされるという状態をモデル化する場合、その情報には事前の情報との整合性と生じる結果との整合という2つの制約がおかれた方がよいことになる。その意味では、上のモデルでおいた特定化の仮定も、特に無理なものではなかったという正当化も可能になるであろう。

だが、この論文で考察したものと別の形で新規情報の可能性を考察してみることは十分な意義がある。だが、それは意外と困難である。例えば、上の表において、企業Aが企業Bと入れ替わるという新規情報をもたらされる場合を考えてみよう。その場合にも産業全体で達成される生産性には違いはない。各企業の株式を1枚ずつ持っている労働者の配当所得にも変更はない。よって、モデルの結論にも変更はないことになる。

このとき問題となるのは、この論文のモデルでもそうであったが、中間時点での新規情報はy財部門の労働者間での所得格差の発生、あるいは期首の期待との変化を確定させてしまうことによって、y財部門の労働者のインセンティブにいかなる影響が生じるかということである。生産性が最低になると明らかになった企業の場合、さらに労働のインセンティブが落ちる可能性は極めて高い。しかし、残りの2つの企業においてインセンティブにどのような影響が出るかは、一概にはいえない。

インセンティブの問題は、個別の企業の生産性の情報とだけ関係しているわけではない。期首における情報が、次のような場合を考えてみよう。それは、3つの生産性の間の格差が小さなケースと大きなケースが生じうる、というものである。そして、中間時点で、どちらの生産性格差が生じるかということだけが判明するとする。この場合でも、労働者のインセンティブへの影響の判定は難しい。

経済心理学の分野においても、非期待効用関数と労働のインセンティブの関係に関する研究は少ない。また、その効果についても明瞭な方向性が出ている

ようにも思われぬ。例えば、プロスペクト理論の場合、損失に対して危険愛好的にふるまうので、生産性が低くなる危険性が高まっても、さらに労働を強化するような効果が生じる可能性もある。逆に、高生産性を達成できる可能性が高まっても、利得に関して危険回避的に行動するため、その状態を維持するための努力を強化する可能性もある。いずれの場合でも、重み関数によるリスクの評価との相対的関係が鍵となる。

このようにインセンティブの問題に視点を移せば、1人当たりの労働供給量を固定化していることがモデルの改善すべき点ということになってくる。プロスペクト理論だけでなく階層型効用関数等の他の非期待効用理論のケースも含めて¹³⁾、この点を考慮したモデルの構築が次の課題になるであろう。

参 考 文 献

- Ellsberg, D. (1961) Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms, *Quarterly Journal of Economics*, 75, 643-669.
- Frey, B. (2006) *Statistics Hacks*, Cambridge, O'Reilly.
- Gilboa, I. (1987) Expected Utility with Purely Subjective Non-Additive Probabilities, *Journal of Mathematical Economics*, 16, 65-88.
- Kahneman, D., and A. Tversky (1979) Prospect Theory: An Analysis of Decision under risk, *Econometrica*, 47, 263-291.
- Schmeidler, D. (1986) Integral Representation without Additivity, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 97, 255-261.
- Schmeidler, D. (1989) Subjective Probability and Expected Utility without Additivity, *Econometrica*, 57, 571-587.
- 仲澤幸壽 (1991) 「不確実性下の意思決定に関する選好理論と情報集合」西南学院大学経済学論集, 25-4, 41-62.
- 仲澤幸壽 (2004) 「経営者の心理と販売戦略：過剰需要期待分析序論」西南学院大学経済学論集, 39-1, 145-192.
- 仲澤幸壽 (2005) 「経営上の意思決定における心理と景気変動」西南学院大学経済学論集, 39-3, 179-232.
- 仲澤幸壽 (2007a) 「過信, 慢心, アノマリー」西南学院大学経済学論集, 41-4, 1-25.
- 仲澤幸壽 (2007b) 「欲求発達階層型効用関数の試み」西南学院大学経済学論集, 42-3, 71-100.
- 西村直子 (2007) 「市場競争と経済心理学」子安増生・西村和雄編『経済心理学のすすめ』有斐閣, 第4章.
- 広田すみれ・増田真也・坂上貴之編著 (2006) 『心理学が描くリスクの世界：行動的意思決定入門-改訂版』慶應義塾大学出版会.

13) 階層型効用関数については、仲澤 (2007b) を参照のこと。