西南学院大学　人間科学論集　第 17 巻　第 2 号　　267 ― 291 頁　2022 年 2 月

自然界の形をもとにしたデザイン技法：平面を敷き詰めるエッシャー風のデザインの描き方

松　村　敬　治

Designs Associated with Nature: How to Draw an Escher-Style Design which Covers over a Flat Surface

Keiji Matsumura

はじめに

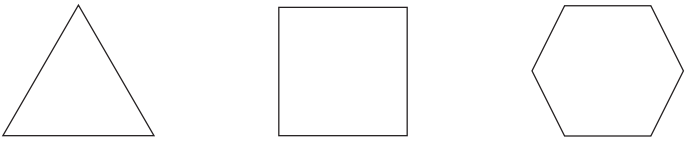
ある平面図形をユニットとして 2 次元空間を隙間無く埋め尽くすことが可能な場合、そのユニット図形のことを「エッシャー図形」と呼ぶことにする。また、そのエッシャー図形を裏返したり回転させたりして敷き詰めてできるデザインのことを「エッシャー風モザイク模様」と呼ぶことにする。先の論文[1]では、正方形の紙を切り取ってエッシャー図形をつくる方法と、それを用いてエッシャー風モザイク模様に仕上げる方法について解説した。そこにおいては、エッシャー図形を分類することが目的の 1 つだったので、シンプルで抽象的な図形を用いた解説が中心となった。

本稿では、具体的なデザインの展開の例として、論文[1] で提示したエッシャー図形の作成方法をアレンジして動物などのデザインを作り出す方法と、エッシャー風モザイク模様の版画を制作する方法について解説する。

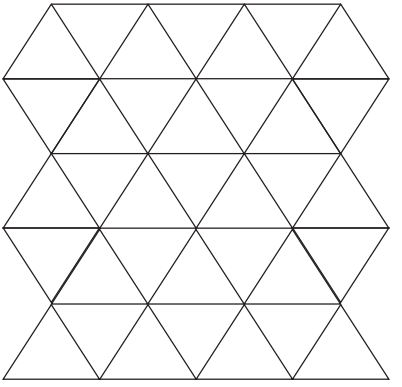
正方形の紙を切り取って作る6種類のエッシャー図形

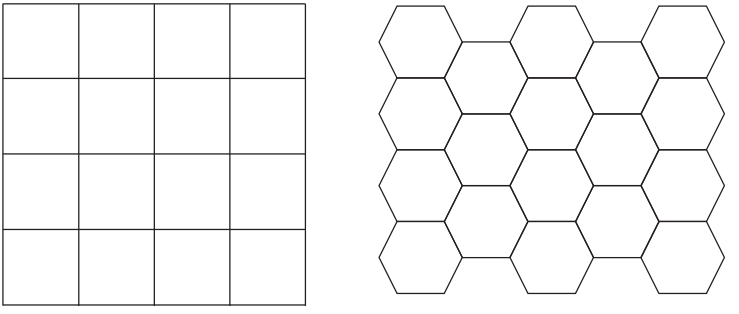
平面を敷き詰める正多角形には、図1に示すように、正三角形、正方形、および正六角形の3つがある。その中で、初心者が扱い易いのは正方形である。正方形の場合は、簡単な変形により、図2のような、菱形や長方形や平行四辺形の平面敷き詰め模様も現れるので、いろいろなデザインの可能性が出てくる。先の論文[1]では正方形の紙を切り取ることから始まる敷き詰め問題に着目して、教材やデザインに利用できそうなエッシャー図形の作り方について議論した。本稿の目的は、その正方形の敷き詰め問題の具体的な応用例として、版画でエッシャー風モザイク模様を作り上げて行く過程を解説することである。

最初に、本稿で取り上げるエッシャー図形の種類と作り方を図3に示す。先の論文[1]においては、エッシャー図形を作るときに、正方形の紙の切り取り方がA型とB型の2通りあることを示したが、本稿で扱うのは、A型のみである。図3(a)には、A型の6種類のエッシャー図形を示し、それぞれの図形の作り方を図3(b)に示す。正方形の紙の切り取りは、A型のエッシャー図形の場合は、図3(b)の左上図の正方形ABCDの頂点Aから頂点Bへの破片faの切り取りと、頂点Bから頂点Cへの破片fcの切り取りから行う。切り取ったときの様子を図3(b)の左下図に示す。図3(b)左下図に示すとおり、切り取った直後には、faとfcの破片とベースとなるb_Aの3つの破片が得られる。これらの破片から、A型のユニット図形のユニット図形を作るときは、faとfcの破片を、そのままの状態か、裏返した状態で、ベースとなるb_Aの辺ADと辺DCへ貼り付けることになる。でき上がったユニット図形を図3(b)に示すが、貼り付けたfaとfcの破片が裏返っているかどうかは、ユニット図形の中の「fa」と「fc」の文字の裏返りの有無から判断できる。こうした操作により、合計8種類のユニット図形ができ上がるが、エッシャー図形となるのは、図3にある、「A1型」、「A2型」、「A3型」、「A4型」、「A5型」、および「A8型」の6種類である。残りの「A6型」と「A7型」は、単一ではエッシャー図形にはならないので、ここでは除外した。



(a) 平面を敷き詰める正多角形





(b) 正多角形による平面の敷き詰め

図 1　正多角形と平面の敷き詰め

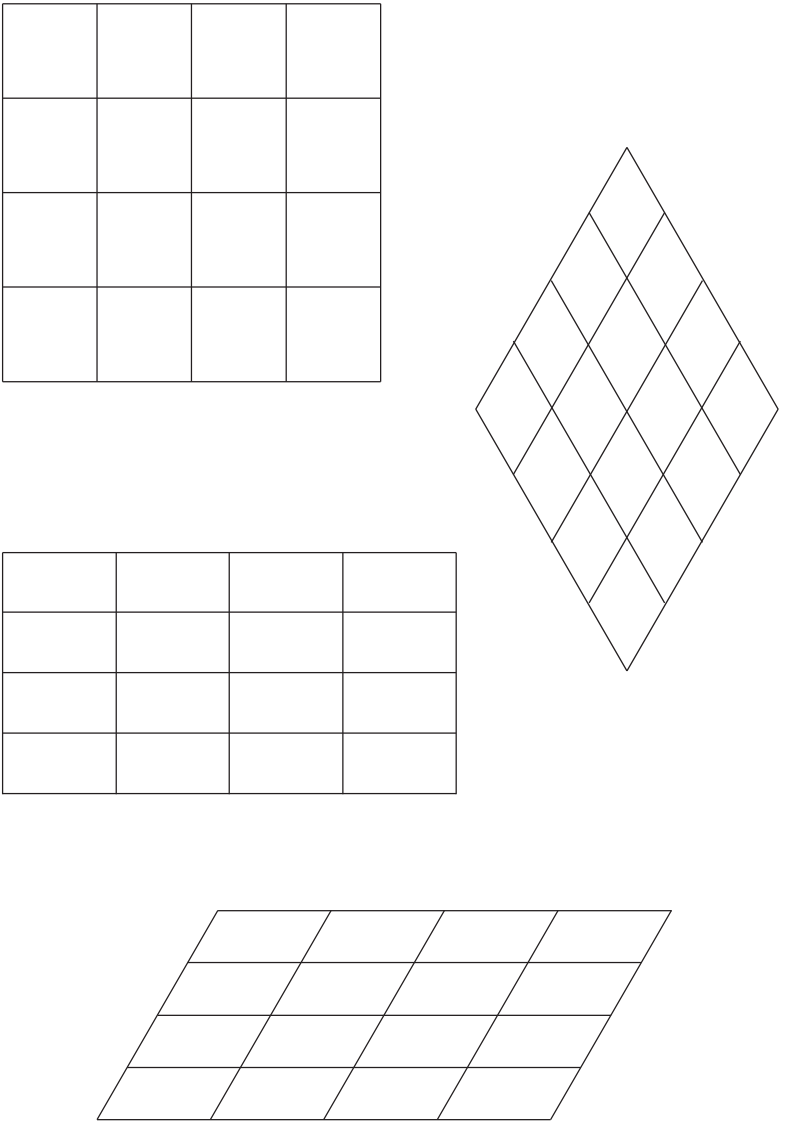
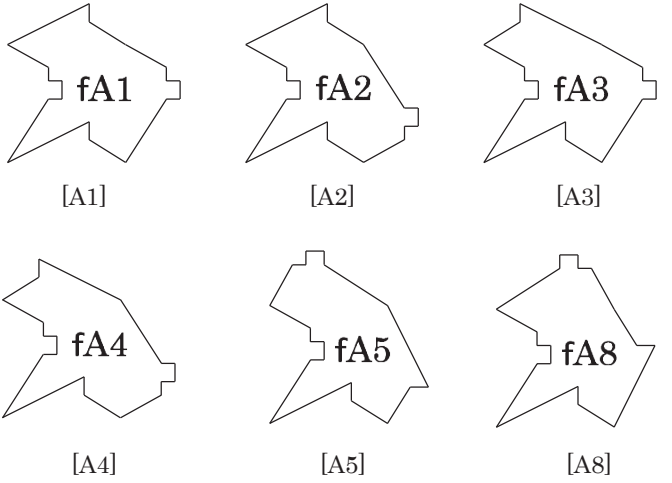
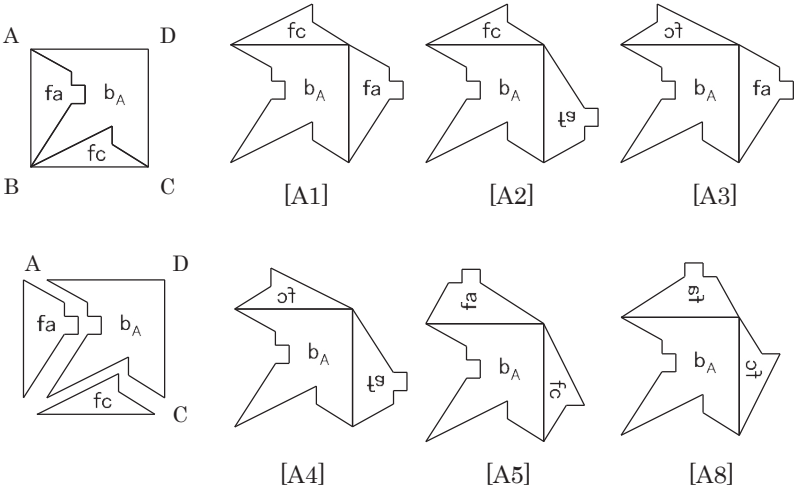


図 2　正方形、菱形、長方形、および平行四辺形による平面の敷き詰め

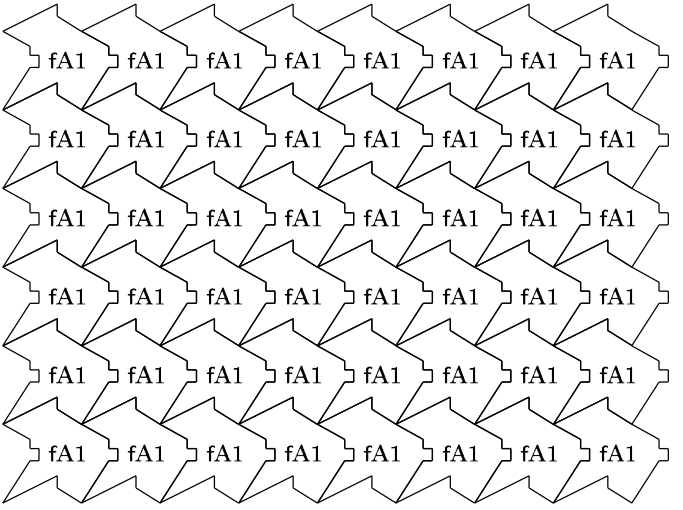


(a) A型の6種類のエッシャー図形

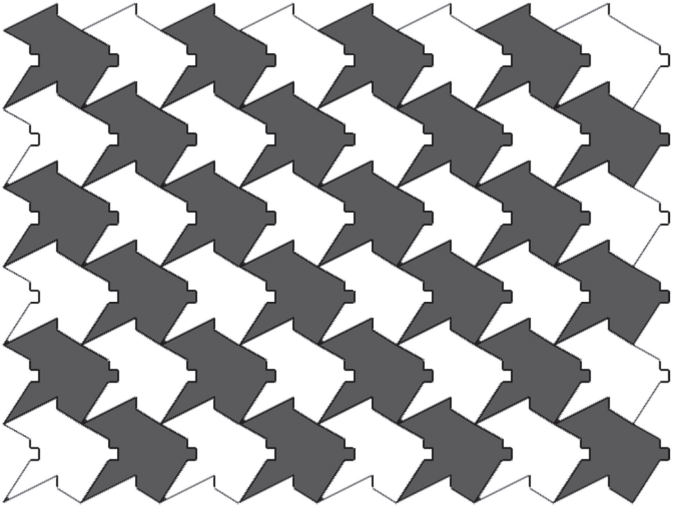


(b) 正方形の紙の切り方と貼り付け方

図 3　A 型の 6 個のエッシャー図形とその作り方

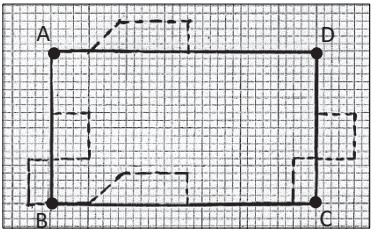


(a) A1型のエッシャー図形の配置方法

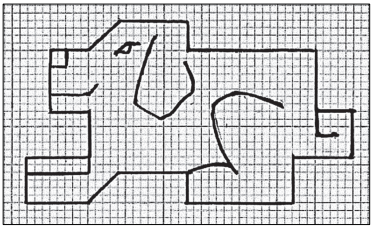


(b) (a)図を市松模様風に塗り替える

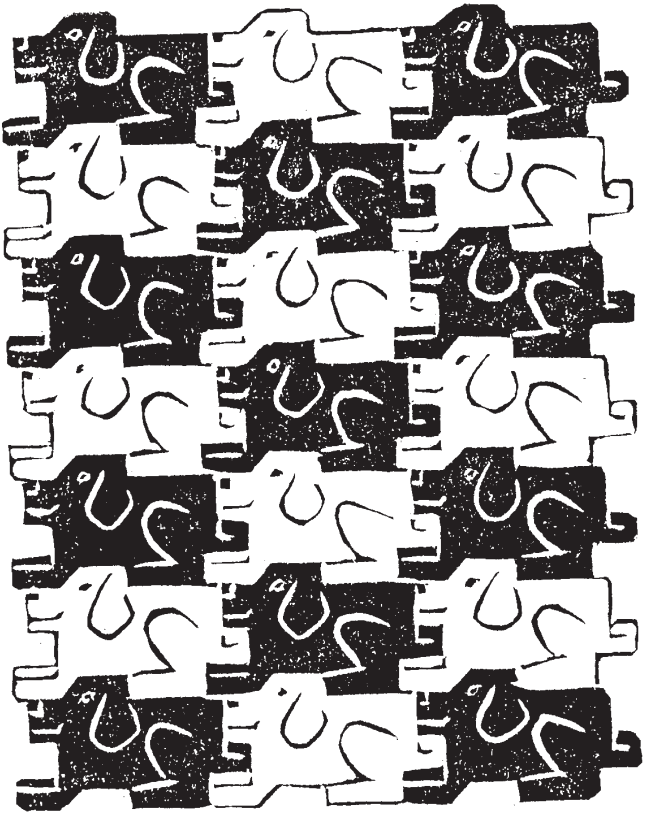
図 4 A1 型から作るエッシャー風モザイク模様



(a)　A1型のエッシャー図形の描き方

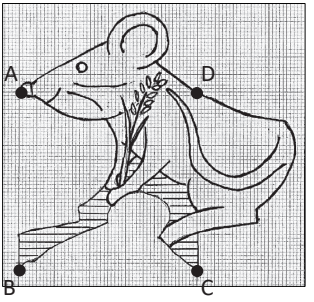


(b)　A1型のエッシャー図形



(c)　完成した版画

図 5　A1 型のデザインの例：「素直な犬」



(a) A1型のエッシャー図形の描き方

(b) 完成した版画

(c) (b)の版画を12枚使用して作ったエッシャー風モザイク模様

図6　A1型のデザインの例：「落ち穂拾いネズミ」

図 3(a)の 6 種類のエッシャー図形の 1 つ 1 つをアレンジしてエッシャー風モザイク模様のデザインを仕上げて行く方法については、次の節で解説する。

A1 型のエッシャー風モザイク模様

図 4 に A1 型のエッシャー図形の並べ方と市松模様風に塗り分けたエッシャー風モザイク模様を示す。図 4(a)は、論文[1] の図 8 の一部を使用したもので、A1 型のユニット図形の並べ方の様式がわかる。(b)図は、エッシャー風モザイク模様をデザインらしく見せるために、(a)図を市松模様風に塗り分けたものである。(b)図を用いれば、A1 型のエッシャー風モザイク模様の版画の陽刻と陰刻をイメージし易くなる。

A1 型のエッシャー図形を版画に応用した例を図 5 と図 6 に示す。A1 型のデザインの特徴は、同じ向きのエッシャー図形を上下左右に並べてエッシャー風モザイク模作り上げることにある。図 5 の版画には、同じ形をした犬を 21 匹描いている。そのユニット図形の描き方を図 5 の(a)図と(b)図で解説する。(a)図に示す通り、最初に 1mm 方眼紙上に犬に見立てた長方形 ABCD を描き、その長方形の辺 AD を凸部になるような曲線に描き換え、その描き換えに対応するように、辺 BC を凹部になるような曲線に描き換える。続いて、辺 AB が凹凸になるような曲線に描き換え、その描き換えに対応するように、辺 DC が凸凹になるような曲線に描き換えると犬の輪郭ができあがる。最後に、輪郭の内側に犬らしく目や耳や尻尾などのパーツを描くと、(b)図に示す様な A1 型のエッシャー図形ができあがる。このエッシャー図形を 21 個配置して作成したものが(c)図の版画である。この版画のタイトルの「素直な犬」には、2 次元平面を「容易」に埋め尽くすという意味を込めて「素直」という言葉を使った。

続いて、図 6 のエッシャー風モザイク模様について説明する。そこには同じ形のたくさんのネズミを描いているが、その基本となるエッシャー図形の描き方は、図 6(a)に示すとおりである。最初に 1mm 方眼紙上に「ネズミ」に見立てた正方形 ABCD を描き、続いて正方形の 4 つの辺を一定のルールのもとで曲線に描き換えるのであるが、図 6(a)には、正方形の名残として 4 つの点 A、B、C、D のみを記している。その正方形の辺 AD を凸部になるような曲線に

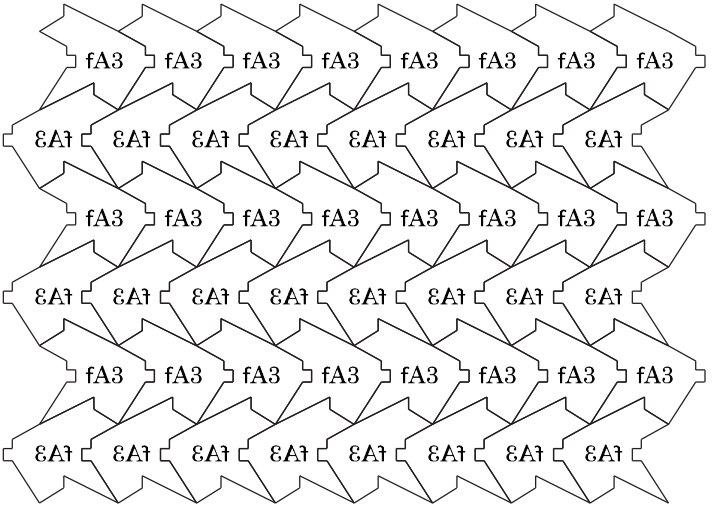
描き換え、その描き換えに対応するように、辺 BC を凹部になるような曲線に描き換える。続いて、正方形の辺 AB が凹になるような曲線に描き換え、その描き換えに対応するように、辺 DC が凸になるような曲線に描き換えるとネズミの輪郭ができあがる。最後に、内側にネズミらしく目や耳や尻尾などのパーツを描くと、(a)図に示す様な A1 型のエッシャー図形ができあがる。(a)図のエッシャー図形において、点 B で始まる水平線で描いた地面の部分を点 C で始まるように右に平行移動したものも別のエッシャー図形となる。この別のエッシャー図形を 4 個用いて作成したものが、(b)図の版画である。そして、この版画を 12 枚並べて合体させると、(c)図のデザインができる。

実を言うと、この版画のデザインは、図 3(a)の A1 型の図を少しずつ変形することで作成した。なぜ A1 型を選んだかというと、図 3(a)の 6 種類のエッシャー図形の中で一番ネズミに近いシルエットを持っていたからである。図 6(b)では、陽刻 2 と陰刻 2 の、合わせて 4 匹のネズミをセットにして版画にした。そうすることで、その版画をユニットとして刷り上げた物を上下左右に並べることで、図 6(c)のような任意の大きさのエッシャー風モザイク模様の作成が可能になるからである。この版画のタイトルの「落ち穂拾いネズミ」は、稲刈りをした後の田んぼに残された落ち穂を拾って生きるネズミをモチーフにして名付けた。

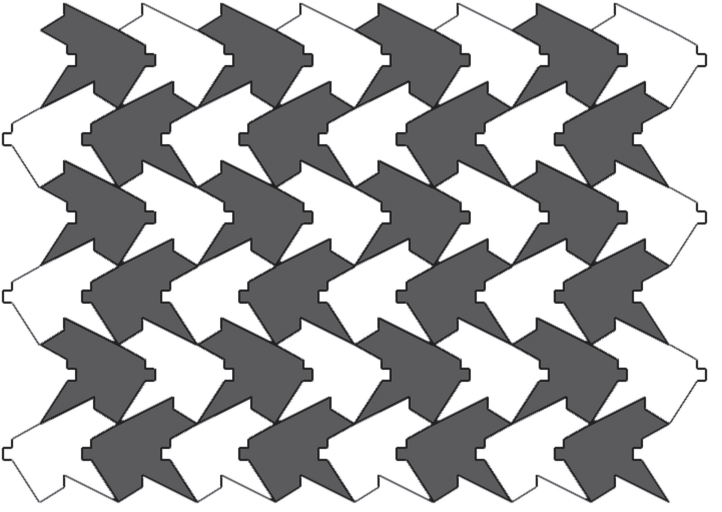
A2 型と A3 型のエッシャー風モザイク模様

A2 型と A3 型は、論文[1] の図 9 と図 10 の比較からもわかるとおり、図形的には同じように振る舞うので、ここではエッシャー風モザイク模様の仕上がりがわかり易い A3 型を中心に解説する。

図 7 に A3 型のエッシャー図形の並べ方と市松模様風に塗り分けたエッシャー風モザイク模様を示す。図 7(a)は、論文[1] の図 10 の一部を使用したものである。A3 型のユニット図形は、そのままの向きの図形と、上下軸回りに回転させて裏返した図形を組み合わせてエッシャー風モザイク模様を構成することがわかる。具体的には、図 7(a)の 1 行目は、A3 型のユニット図形をそのままの向きに次々に並べるとでき上がる。続いて 2 行目は、A3 型のユニッ

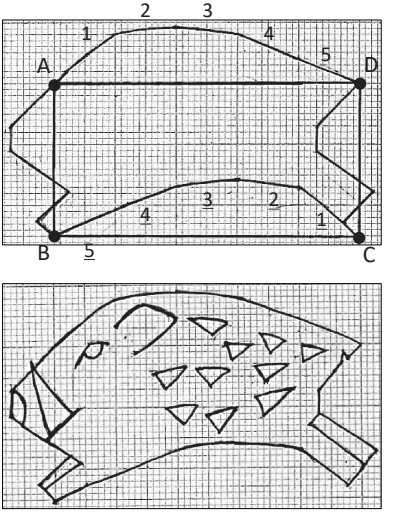


(a) A3型のエッシャー図形の配置方法



(b) (a)図を市松模様風に塗り替える

図 7　A3 型から作るエッシャー風モザイク模様



(a)　A3型のエッシャー図形の描き方

(b)　完成した版画

図 8　A3 型のデザインの例：「シシ十六」

ト図形の上下を回転軸として裏返したものを次々に並べるとでき上がる。同様に、3 行目は 1 行目同じように並べるとでき上がる。そして 4 行目は 2 行目同じように並べるとでき上がる。このやり方を繰り返すと図 7(a)のようなエッシャー風モザイク模様ができ上がる。図 7(a)において、ユニット図形が裏返っているかどうかは、ユニット図形の中の「fA3」という文字の裏返りの有無で判断できる。

一方、A2 型のエッシャー風モザイク模様は、論文[1] の図 9 で参照できる。A2 型と A3 型のエッシャー風モザイク模様の違いは、A3 型が奇数行と偶数行の間でユニット図形の裏返りが起きるのに対して、A2 型は奇数列と偶数列の間でユニット図形の裏返りが起きることである。即ち、A2 型のエッシャー風モザイク模様は、A3 型のエッシャー風モザイク模様を反時計回りに 90° 回転させた形になっている。このため、A2 型のエッシャー風モザイク模様は、上下が正しい向きのエッシャー図形 50% と上下が逆になったエッシャー図形 50% から構成されることになる。このことが、エッシャー図形の上下の向きが 100% 正しく保たれる A3 型のエッシャー風モザイク模様と異なるところである。

図 7(b)は、エッシャー風モザイク模様をデザインらしく見せるために、図 7(a)を市松模様風に塗り分けたものである。(b)図を用いれば、A3 型のエッシャー風モザイク模様の版画の陽刻と陰刻をイメージし易くなる。

A3 型のエッシャー図形を版画に応用した例を図 8 に示す。版画には、同じ形をしたイノシシを 16 頭描いているが、基本となるエッシャー図形の描き方は図 8(a)上図に示すとおりである。最初に 1mm 方眼紙上にイノシシに見立てた長方形 ABCD を描き、その長方形の辺 AB を主に凸部になるような曲線に描き換え、その描き換えに対応するように、辺 DC を主に凹部になるような曲線に描き換える。続いて、点 A から点 D に 1、2、3、4、5 の順に図のような凸部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点 C から点 B に $\underline{1}$、$\underline{2}$、$\underline{3}$、$\underline{4}$、$\underline{5}$ の順に図のような凹部の曲線に描く。今後、正方形または長方形の頂点と頂点の間にある数字 n とそれに対応する下線を付けた数字 $\underline{n}$ は、その数字の周りの曲線が一方凸ならば他方は凹の関係になっていることとする。また、n と

$\underline{n}$ は、2つの曲線の対応関係が、正方形または長方形の辺に沿った平行移動の関係にあるときは、表記を省略するものとする。

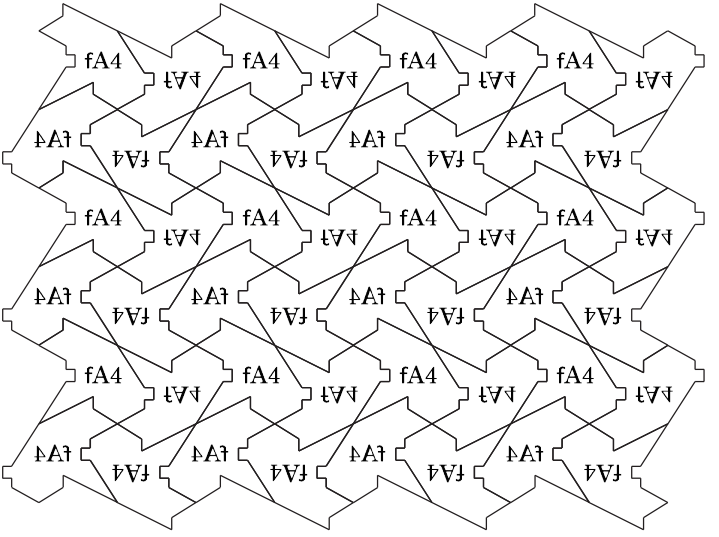
以上のようにして4つの曲線を描くことによりイノシシの輪郭ができ上がる。この輪郭の内側にイノシシらしく目や耳や牙などのパーツを描くと図(a)下図のようなA3型のエッシャー図形になる。このエッシャー図形を16個使って、図7(a)の配置に従って作成したのが、(b)図の版画である。この版画のタイトルの「シシ十六」は、イノシシの「シシ」と掛け算の「4×4＝16」の言葉遊びで名付けた。

最後に、A2型のエッシャー図形に関してコメントする。A2型のエッシャー図形は図8(a)のような、長方形ABCDあるいは正方形ABCDを描き、辺ADを主に凸部になるような曲線に描き換え、その描き換えに対応するように、辺BCを主に凹部になるような曲線に描き換える。続いて、点Aから点Bに主に凹部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点Cから点Dに主に凸部の曲線に描く。このように描けば、図3の(a)あるいは(b)に示したようなA2型のエッシャー図形を作成することができる。

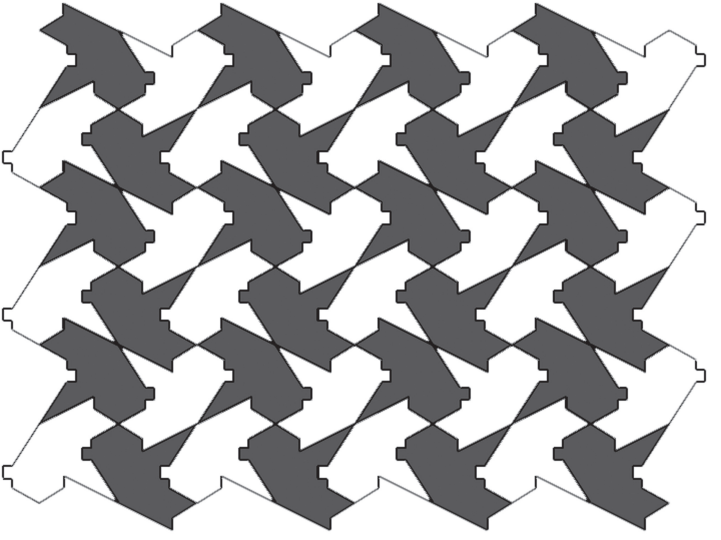
A4型のエッシャー風モザイク模様

図9にA4型のエッシャー図形の並べ方と市松模様風に塗り分けたエッシャー風モザイク模様を示す。図9(a)は、論文[1]の図11の一部を変えて使用したもので、A4型のユニット図形は、そのままの向きの図形と、それを180°回転させた図形と、上下軸回りに回転させて裏返した図形と、それを180°回転させた図形の4つを組み合わせて配置していることがわかる。図9(b)は、エッシャー風モザイク模様をデザインらしく見せるために、図9(a)を市松模様風に塗り分けたものである。(b)図を用いれば、A4型のエッシャー風モザイク模様の版画の陽刻と陰刻をイメージし易くなる。

A4型のエッシャー図形を版画に応用した例を図10に示す。版画には、同じ形をしたトラを15頭描いているが、基本となるエッシャー図形の描き方は図10の(a)に示すとおりである。最初に1mm方眼紙上に「トラ」に見立てた正方形ABCDを描き、続いて正方形の4つの辺を一定のルールのもとで曲線に

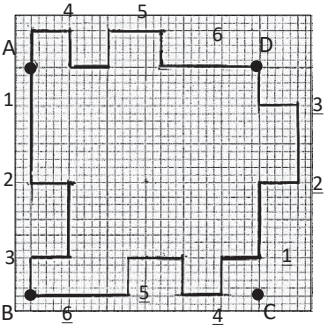


(a) A4型のエッシャー図形の配置方法



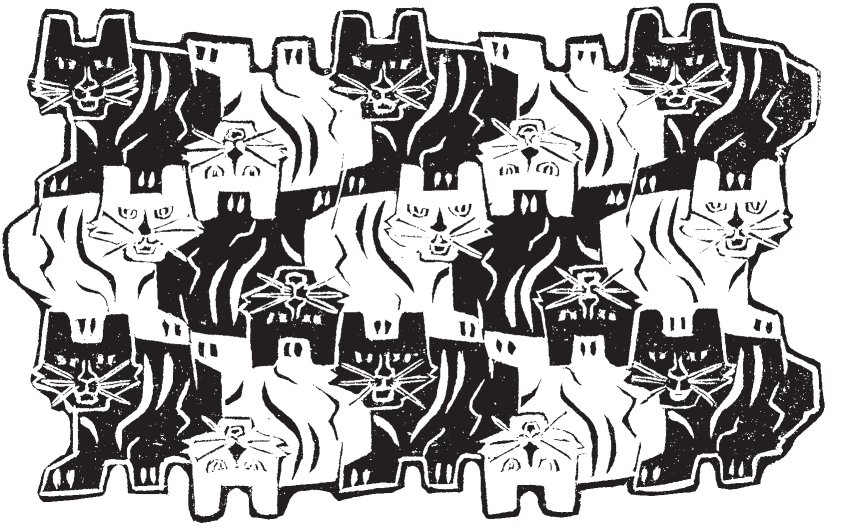
(b) (a)図を市松模様風に塗り替える

図 9　A4 型から作るエッシャー風モザイク模様



(a) A4型のエッシャー図形の描き方

(b) A4型のエッシャー図形



(c) 完成した版画

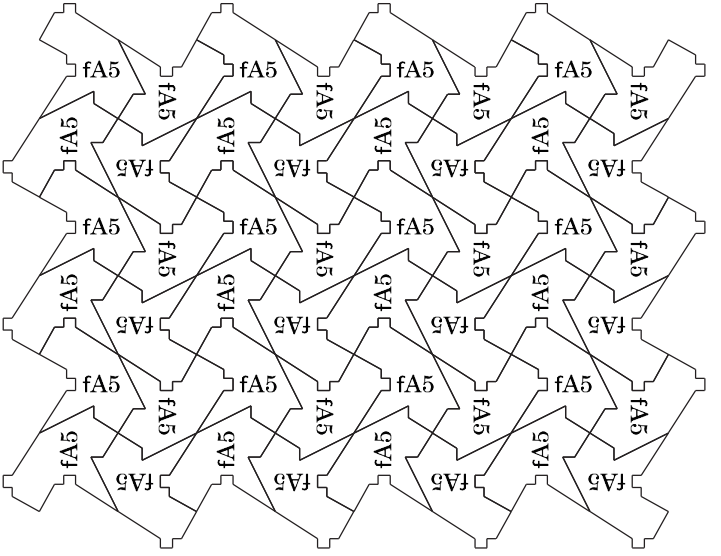
図 10　A4 型のデザインの例：「虎視眈々」

描き換えるのであるが、図 10(a)では、正方形の名残として 4 つの点 A、B、C、D のみを記している。基本となるトラの図形の描き方は、点 A から点 B に 1、2、3 の順に図のような凹部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点 C から点 D に 1、2、3 の順に図のような凸部の曲線に描く。続いて、点 A から点 D に 4、5、6 の順に図のような凸部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点 C から点 B に 4、5、6 の順に図のような凹部の曲線に描いて行く。以上のようにして 4 つの曲線を描くことによりトラの輪郭ができ上がる。この輪郭を少しずつ変形し、その内側にトラらしく目や鼻や口などのパーツを描くと(b)図のような A4 型のエッシャー図形になる。このエッシャー図形を 15 個使って、図 9(a)に従って配置して作成したのが、図 10(c)の版画である。この版画は、トラが色々な向きから正面を見据えているので、タイトルを「虎視眈々」とした。

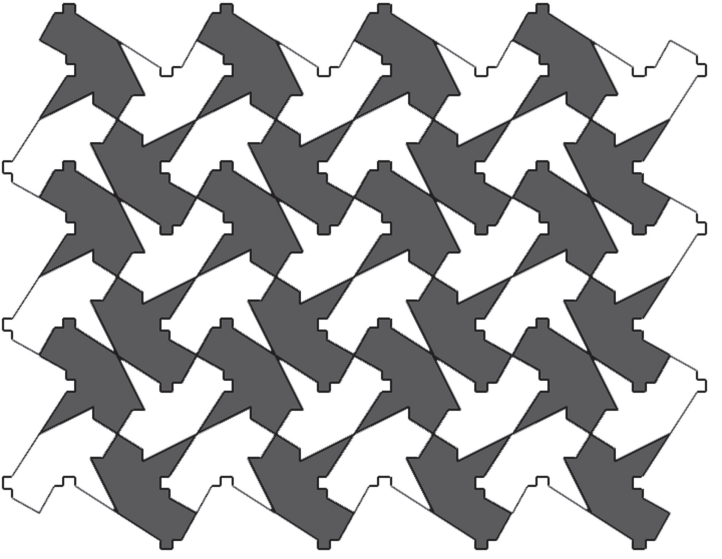
A5 型のエッシャー風モザイク模様

図 11 に A5 型のエッシャー図形の並べ方と市松模様風に塗り分けたエッシャー風モザイク模様を示す。図 11(a)は、論文[1] の図 12 の一部を使用したもので、A5 型のユニット図形は、そのままの向きの図形と、その図形を 90° と 180° と 270° だけ回転させてできた 3 つの図形を組み合わせてエッシャー風モザイク模様を構成することがわかる。図 11(b)は、エッシャー風モザイク模様をデザインらしく見せるために、図 11(a)を市松模様風に塗り分けたものである。(b)図を用いれば、A5 型のエッシャー風モザイク模様の版画の陽刻と陰刻をイメージし易くなる。

A5 型のエッシャー図形を版画に応用した例を図 12 に示す。(a)図にエッシャー図形の描き方を、(b)図に作成した版画を、そして(c)図にエッシャー風モザイク模様を示す。(c)図には、同じ形をした白と黒の犬が合計 48 匹見えるが、基本となる A5 型のエッシャー図形の描き方は図 12 の(a)図に示しているとおりである。最初に 1mm 方眼紙上に「犬」に見立てた正方形 ABCD を描き、続いて正方形の 4 つの辺を一定のルールのもとで曲線に描き換えるのであるが、図 12(a)では、正方形の名残として 4 つの点 A、B、C、D のみを記して

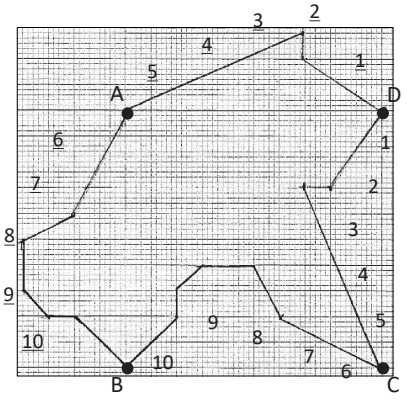


(a) A5型のエッシャー図形の配置方法



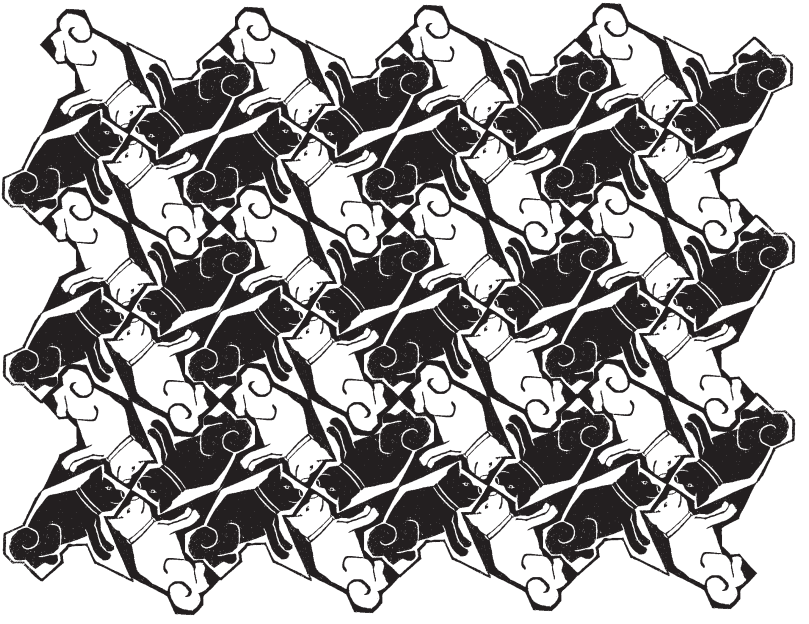
(b) (a)図を市松模様風に塗り替える

図 11 A5 型から作るエッシャー風モザイク模様



(a)　A5型のエッシャー図形の描き方

(b)　完成した版画



(c)　(b)の版画を24枚使用して作ったエッシャー風モザイク模様

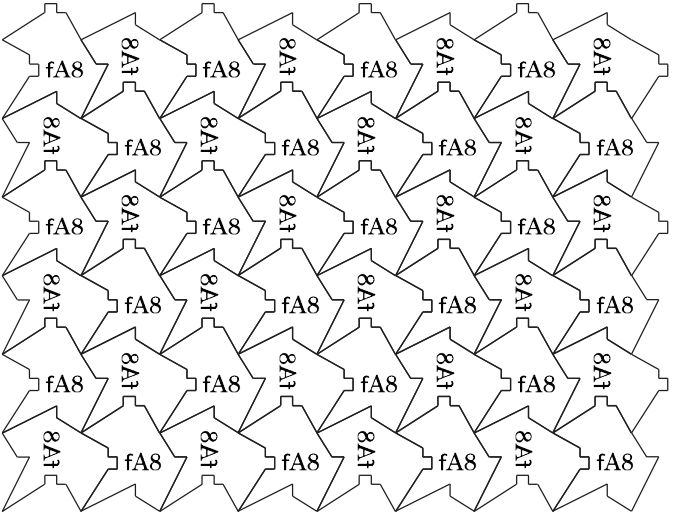
図 12　A5 型のデザインの例：「白黒犬」

いる。基本となる図形の描き方は、点Dから点Cに1、2、3、4、5の順に図のような凹部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点Dから点Aに1、2、3、4、5の順に図のような凸部の曲線に描く。続いて、点Cから点Bに6、7、8、9、10の順に図のような凹部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点Aから点Bに6、7、8、9、10の順に図のような凸部の曲線に描いて行く。以上のようにして4つの曲線を描くことによりエッシャー図形の輪郭ができ上がる。ここで、でき上がった輪郭の形が、図3(a)のA5型の図を反時計回りに90° 回転したものとほぼ同じであることを申し添えておく。続いて、次の作業は、この輪郭の内側に犬のパーツを描けば良いのであるが、ここではその輪郭をそれぞれの犬に与えられた2次元空間とみなして、その内部にリアルな犬を描くことにした。この結果を2つ合わせて陰刻と陽刻の犬の版画にしたのが(b)図である。(b)の版画とその版画を180° 回転させたものを組み合わせて1つのセットにし、そのセットを12個用いてて作成したのが、(c)図のA5型のエッシャー風モザイク模様である。版画では、白の犬と黒の犬を描いているので、デザインのタイトルを「白黒犬」とした。

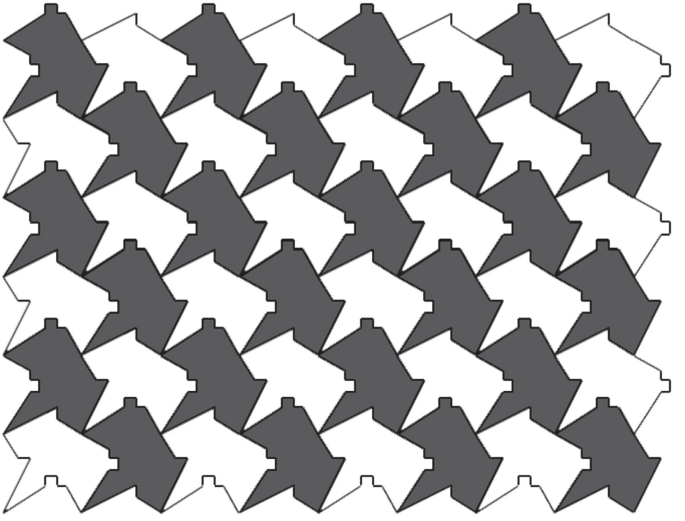
A8型のエッシャー風モザイク模様

図13にA8型のエッシャー図形の並べ方と市松模様風に塗り分けたエッシャー風モザイク模様を示す。図13(a)は、論文[1] の図13の一部を使用したものである。A8型のユニット図形は、そのままの向きの図形と、それを90° 時計回りに回転させて、更に水平軸回りの回転により裏返した図形を組み合わせてエッシャー風モザイク模様を構成することがわかる。このとき、図13(a)においてユニット図形が回転して裏返っているかどうかは、ユニット図形の中の「fA8」という文字の裏返りと回転の様子で判断できる。図13(b)は、エッシャー風モザイク模様をデザインらしく見せるために、図13(a)を市松模様風に塗り分けたものである。(b)図を用いれば、A8型のエッシャー風モザイク模様の版画の陽刻と陰刻をイメージし易くなる。

A8型を版画に応用した例を図14に示す。(a)図にエッシャー図形の描き方を、(b)図に作成した版画を、そして(c)図にエッシャー風モザイク模様を示

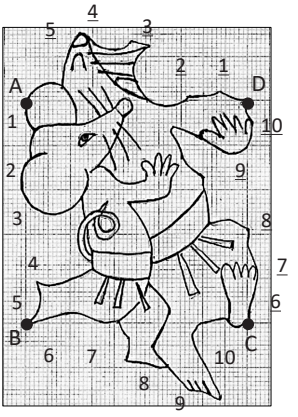


(a) A8型のエッシャー図形の配置方法



(b) (a)図を市松模様風に塗り替える

図 13　A8 型から作るエッシャー風モザイク模様



(a) A8型のエッシャー図形の描き方

(b) 完成した版画

(c) (b)の版画を6枚使用して作ったエッシャー風モザイク模様

図 14 A8 型のデザインの例：「ネズミの相撲」

す。基本となるA8型のエッシャー図形の描き方を図14の(a)図で解説する。最初に1mm方眼紙上に正方形ABCDを描き、続いて正方形の4つの辺を一定のルールのもとで曲線に描き換えるのであるが、図14(a)では、正方形の名残として4つの点A、B、C、Dのみを記している。基本となる図形の描き方は、点Aから点Bに1、2、3、4、5の順に図のような凹部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点Dから点Aに1、2、3、4、5の順に図のような凸部の曲線に描く。続いて、点Bから点Cに6、7、8、9、10の順に図のような主に凸部の曲線に描き、その曲線に対応するように、点Cから点Dに6、7、8、9、10の順に図のような主に凹部の曲線に描いて行く。以上のようにして4つの曲線を描くことによりエッシャー図形の輪郭ができ上がる。そして、この輪郭の内側に2匹のネズミを描けば、(a)図のようなA8型のエッシャー図形ができ上がりである。

図14(a)のA8型のエッシャー図形をそのままの向きの図形と、それを90°時計回りに回転させて、更に水平軸回りの回転により裏返した図形を組み合わせて1つのセットにし、そのセットを多数用いて敷き詰めることによりエッシャー風モザイク模様ができ上がる。でき上ったエッシャー風モザイク模様の中の4つのエッシャー図形をうまく選んでセットにすると、これまでのような市松模様風の版画の図案を作成できるが、ここでは正方形のタイルの制作をイメージした別の版画の図案を作成することにした。そのやり方について説明する前に、本文で取り扱ったエッシャー図形の1つの特徴（原理）を次に示す。

エッシャー図形を描く前の正方形（長方形）の面積は、
描いたエッシャー図形の輪郭に囲まれる部分の面積に等しい

この原理を図14(a)に適用すると、正方形ABCDの面積は、(a)図のエッシャー図形の面積と等しくなることがわかる。そこで、正方形ABCDの面積の4倍の面積の正方形を考え、その正方形の枠線を用いて、(a)図のエッシャー図形から構成されるエッシャー風モザイク模様を切れ取れば、通常の場合、それが正方形のタイルのデザインとなるのである。

以上の方法を用いて制作した版画を図14(b)に示す。でき上った版画には、

エッシャー図形の陰刻 2 つ分の素片と、エッシャー図形を 90° 時計回りに回転させて、更に水平軸回りの回転により裏返してできた図形の陽刻 2 つ分の素片が含まれていることがわかる。(b)図の版画を 6 枚つなぎ合わせて作成したものが(c)図の A8 型のエッシャー風モザイク模様である。この版画のタイトルの「ネズミの相撲」は、日本昔話の「ねずみのすもう」から借用した。版画では、小さいネズミが大きいネズミを相撲の「切り返し」という技で倒している場面を描いた。

おわりに

以上、「A1 型」、「A2 型」、「A3 型」、「A4 型」、「A5 型」、および「A8 型」の 6 種類のエッシャー図形の描き方とエッシャー風モザイク模様の仕上げ方を、版画のデザインを例に用いて解説した。ここで紹介した方法は、正方形あるいは長方形の 4 つの辺をある一定のルールのもとで曲線に置き換えてエッシャー図形を作る方法であるが、この方法は、図 3 で示した正方形あるいは長方形の紙を切り取って貼り付けて作る方法と完全な相関関係がある。本稿の方法の成果の 1 つは、1mm 方眼紙を用いて 1mm の精度で意図するエッシャー図形の作図を可能にするということであるが、この方法は、パソコンの知識は必要としないので、デザイン制作に集中したい人にとって便利な方法であると思っている。

これまで、自然界の形をもとにしたデザイン技法に関連して、鏡にまつわるデザインの描き方[2]、暗号を含んだデザインの描き方[3]、そして、ステレオグラフの描き方[4] について解説してきた。そして今回、エッシャー風モザイク模様の描き方について解説したが、自然界では、分子性結晶中にこうしたエッシャー風モザイク模様を見ることができるのではないかと想像している。というわけで、我々がこうしたデザイン技法を学んだ上で、再び自然を見つめることも意義があるものと思われる。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費（課題番号 16K00980）の助成を受けて行ったものである。

参考文献

[1] 松村敬冶：「正方形の紙を切り貼りして作る 16 種類のユニット図形といろいろなエッシャー風モザイク模様」西南学院大学人間科学論集 **15(1)**，243-290（2019）.

[2] 松村敬冶：「自然界の形をもとにしたデザイン技法（1）―鏡にまつわるデザイン―」西南学院大学児童教育学論集 **26(1)**，47-68（1999）.

[3] 松村敬冶：「自然界の形をもとにしたデザイン技法（2）―暗号のデザイン―」西南学院大学児童教育学論集 **26(2)**，225-268（2000）.

[4] 松村敬冶：「自然界の形をもとにしたデザイン技法（3）―ステレオグラフの試み―」西南学院大学教育・福祉論集 **2(1)**，41-61（2002）.

西南学院大学人間科学部児童教育学科