

# 算数科の授業

藤 野 力

On Teaching of Arithmetic

Tsutomu Fujino

## はじめに

近年の算数教育においては、国際比較のテストに影響を受けた授業が行われている。そのようなことに至った経緯と課題について論じてみよう。

本論文は、2009（平成21）年8月10日、みやま市小・中学校教育研究会（算数科）部会で行った講話「これからの算数科学習指導について」の原稿をもとに加筆・訂正を行い執筆している。

平成20年8月に新しい学習指導要領の解説が出版されました。その中で、算数編の第1章総説1改訂の経緯に書かれている内容を見てみます。

まず、これまでの現状を分析して、

21世紀は、新しい知識・情報・技能が政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す。いわゆる「知識基盤社会」の時代であるといわれている。このような知識基盤社会化やグローバル化は、アイデアなど知識そのものや人材をめぐる国際競争を加速させる一方で、異なる文化や文明との共存や国際協力の必要性を増大させている。このような状況において、確かな学力、豊かな心、健やかな身体の調和を重視する「生きる力」を育むことがますます重要になってくる。

他方、OECD（経済協力開発機構）のPISA調査など各種の調査からは、我が国の児童生徒について、例えば、

①思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題、

②読解力で成績分布の分散が拡大しており、その背景には家庭での学習時間などの学習意欲、学習習慣・生活習慣に課題、

③自分への自信の欠如や自らの将来への不安、体力の低下といった課題、が見られるところである。

と、述べている。<sup>1</sup> このような現状に対して、文部科学省がこれまでとってきた施策を述べ、そして、今回の指導要領は、

児童生徒の課題を踏まえ、

①改正教育基本法等を踏まえた学習指導要領改訂

②「生きる力」という理念の共有

③基礎的・基本的な知識・技能の習得

④思考力・判断力・表現力等の育成

⑤確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保

⑥学習意欲の向上や学習習慣の確立

⑦豊かな心や健やかな身体の育成のための指導の充実

を基本的な考え方として、各学校段階や各教科等にわたる学習指導要領の改善の方向性が示された。<sup>1</sup>

と、学習指導のあり方として、前回の「生きる力」の理念を引き継ぎ、思考力・判断力・表現力の育成、学習意欲の向上や学習習慣の確立という新たな目標も付け加えています。

では、流れとして前回のものも見てみましょう。平成11年に改訂した指導要領での基本方針は、次のようになっていました。

①豊かな人間性や社会性、国際社会に生きる日本人としての自覚を育成すること。

- ②自ら学び、自ら考える力を育成すること。
- ③ゆとりある教育活動を展開する中で、基礎・基本の確実な定着を図り、個性を生かす教育を充実すること。
- ④各学校が創意工夫を生かし特色ある教育、特色ある学校づくりを進めること。

でした。<sup>2</sup>

今回と前回は比較すると、前回は学習者の児童たちの自覚に待つものだったのに対して、今回は具体的な指導のあり方を述べています。その学習者の学習に対する自主性に対する違いに、だいぶ変化があることを感じます。

今回の改訂において、その中に書かれているように、PISA 調査の結果は、我が国でも教育のあり方に大きな影響を与えているのです。諸外国にあっても、同様に PISA 調査の結果が教育行政のあり方にとって大きな影響を受けて、教育改革を行っています。なお、PISA と略記しているのは、「生徒の学習到達度調査」(Programme for International Student Assessment) のことです。

PISA 調査以外にも、指導要領改訂に影響を与えたいろいろな調査結果がありますので、それを見ることから始めます。

## 1. TIMSS 2003 と TIMSS 2007 について

「国際数学・理科教育動向調査 2003、2007 年」(Trends in International Mathematics and Science Study 2003、2007 : TIMSS 2003、2007) は、国際教育到達度評価学会が行っている調査で、その調査結果を 2004 年 12 月 15 日と 2008 年 12 月 9 日に発表しています。小学校 4 年と中学校 2 年を対象に、日本では、小学校は 2003 年では 150 校、4535 名、2007 年では 148 校、4487 名の児童が算数と理科の問題と質問紙に答えています。調査結果は、日本は国際的にみて上位にあり、小学校算数の平均点は 564 点と 568 点となっているが、統計上の誤差を考慮すると、有意差はない。前回よりも平均得点が有意に高くなった国はアルメニア、香港など 8 か国、有意差がない国は 10 か国、有意に低くなった国はハンガリーなど 2 か国となっている。小学校算数は 3 位と 4 位、

理科も3位と4位、中学校数学は5位と5位、理科は6位と3位だった。順位については上位に位置しているので問題にすることではないといえます。

問題は、質問紙にある問いに対する回答結果です。我が国は成績がよいにもかかわらず、諸外国と比較して次の点が問題視しなければならない点があります。それは、算数・数学の勉強の楽しさについてです。「強くそう思う」と答えた生徒（中学校2年）の割合は9%と9%となっている。国際平均が29%と36%ですので、相当低い。算数はどうかというと、「強くそう思う」と答えている割合は29%と34%で、国際平均が50%と55%なので、これも相当低いとみるべきです。理科についても45%と57%で、国際平均が55%と59%と同様な結果となっている。算数・数学、理科の勉強が楽しいと「強くそう思う」児童生徒の割合は前回よりも同じか高くなっているものの、国際的にみると、我が国は相当低いことになっているのです。

「希望の職業につくために数学で良い成績を取る」ことについて、「強くそう思う」と「そう思う」と答えた生徒の割合の合計は、日本が47%と57%で国際平均は73%と82%です。理科についても同様に、日本は39%と45%で、国際平均は66%と72%となっているので、やはり低い状態といえます。

日本の生徒は家庭で宿題をする時間が1.0時間と1.0時間で、国際平均は1.7時間と1.6時間です。日本の児童は、家庭でテレビやビデオを見る時間は2.0時間と2.0時間で、国際平均は1.7時間と1.5時間ですので、こちらは長く視聴している。日本の子どもたちは、家庭での学習習慣が十分身につけていないことが分かるわけです。<sup>3</sup>

## 2. 小学校児童の算数に対する意識調査

指導要領改訂には直接には関係ないのですが、実態として知っておくとよい調査があります。日本数学教育学会の算数・数学意識調査委員会が調査を行った調査です。

半世紀ほど前に、マスコミなどで、「算数嫌いの子供が増えている」という声が高まり、社会問題として取り上げられました。この状況を受け、日本数学教育学会研究部小学校部会は、昭和51年9月、全国の115学級、4213人の児

童を対象にして「小学校児童の算数に対する意識調査」を実施しています。以来、11回調査を行っていて、最近では、平成17年の2月下旬から3月中旬にかけて、33校、283学級、7752人の児童に対して「児童の算数に対する意識」<sup>4</sup>を調査しています。

その調査では、具体的には、

- (1) 算数に対する好き・嫌いの実態
- (2) 大事だと思う教科・できるようになりたいと思う教科
- (3) 学校外（家や塾等）での算数の学習の状況
- (4) 電卓やコンピュータの活用やそれらに対する児童の意識
- (5) 算数の勉強の内容についての児童の意識
- (6) 少人数指導についての児童の意識
- (7) 算数に対する意識

について調査を行っています。

この結果は、新聞でもその当時公表されていました。

好きな科目は体育がどの学年においても一番多い。次が図工です。嫌いな科目として算数をあげているが、社会が登場する3年から5年にかけては、社会が一番嫌いな科目となります。6年では算数がまた一番嫌いな科目となっています。身体を動かして行う科目が小学生にとっては、好きな科目となっています。本に書かれた文章を理解するような科目は、抽象性が学年を上がるにつれて増してくるので、小学生にとって嫌いな科目となっていることが分かります。

算数が嫌いとしている児童は、前回の調査より、4～6年ではやや減少している。これは、現場の先生方が意識的に算数の授業のなかで算数嫌いをなくそうと対応してきた結果といえます。

算数を大事な教科としている児童は、これまでの調査と変わらずに多い。また、できるようになりたい教科では、算数がトップになっている。児童は、算数は大事な科目で、また、算数をできるようになりたいと強く望んでもいます。

学校から帰った後の勉強時間は、算数の勉強時間はどの学年も30分多い。低学年で20%、3学年以上で30%程度の児童が塾へ行って算数の勉強をしています。

る。算数の宿題は、ほとんど毎日かときどき出されている。

電卓の使用について、4学年において、前回の調査に比べ、学校での使用が32ポイント増えている。算数の勉強へのコンピュータの利用は進んでいない。

算数の勉強で好きな内容は、2学年のかけ算の勉強が高く、文章題と5学年の割合や6学年の単位あたりの速さの勉強が低い。かけ算のような習得型の学習は、得意であるが、割合のような複数の量から定義されるような概念には苦手意識があることが分かります。

算数が好きな児童は「計算がすき」が多い。算数が好きな児童でも、文章題がすきは、4年以上で半数以下になっている。学年が上がるほど、算数が好きな児童と全体の差が大きくなる。

少人数指導について、実施している学校は半数以上あり、少人数指導を好まない児童は少数で、自由にコース選択ができることが、児童・教師ともよい点とし、多様な考え方が引き出せないことがよくない点としている。基礎・基本の定着や個に応じた指導に効果的と教師の意識であげられている。多様な考え方を引き出せる問題解決型の学習をすすめている一方では個に応じた少人数指導は一貫していないかもしれません。

算数の勉強について、よく分かる割合は、1、2年ともに70%以上、よくできるという意識は、2年になると、10%減少、算数が好きな児童は、面白いと感じている児童が多い。

このような実態調査を基にして、算数・数学教育のあり方を考えてきているのです。

### 3. 学力について

まず学力を、志水の説をあげます。

第一に、容易に点数化しうる、すなわちペーパーテストで簡単にみることができる、狭い意味での「学力」がある。「知識の詰め込み」で獲得できるような「学力」が、それである。これを、「A学力」と名づけよう。

第二に、ペーパーテストでは測ることは難しいが、学校での成績や試験の成

績に大きくかかわってくるとされる「学力」の構成要素がある。一般に「思考力」「判断力」「論理構成力」「考える力」「表現力」などと呼ばれるものが、それである。これを、「B 学力」と呼ぶことにしよう。

そして第三に、点数化はそもそもできないが、上の二つのものを伸ばしていくための基盤となるような「学力」の構成要素を考えることができる。「新しい学力観」で強調された、「意欲」や「態度」といったものが、まさにそれに相当する。これを、「C 学力」と名づけることにする。

これをまとめてみると、

A 学力：知識、理解、技能

B 学力：思考、判断、表現

C 学力：意欲、関心、態度

と、表せます。

志水は、この3つの学力を樹木に例え、A 学力は樹木の葉の部分、B 学力は幹の部分、C 学力は根の部分としています。この樹木を育てることが、教育において学力を育てることを意味しているという。どの部分も関連しあっていて大切で、1つだけをとって育てることはできないといいます。<sup>11</sup> たとえ話なので、注意が必要です。

次に中原の学力のとらえ方を見ます。彼は、これの3つの学力を2つに分けて考察する。すなわち、「学んだ力」と「学ぶ力」に分ける。A 学力を「学んだ力」、残りのB 学力とC 学力を「学ぶ力」としています。<sup>10</sup>

この2つの学力のどちらを重視するかで、我が国は昭和30年代から論争をしてきている。A 学力はペーパーテストでみることができるのですが、残りはペーパーテストで見ることが困難な学力です。PISAの調査問題の開発は、この「学ぶ力」を見ることに挑戦しているという位置づけされるものです。PISAの調査では、読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシー、問題解決能力に

ついて調べている。ここに述べている数学的リテラシーは、我が国においての算数・数学の調査にあたります。

学力を A 学力だけとする考えをもっている人もいますが、現在の多くの方は志水の考える 3 つ学力全部さすことを妥当としています。

志水は、最近の著書でこの学力観に加え、子どもが家庭・家族、地域・近隣社会または学校・教師との“つながり”を持つことの有無が学力格差を生む要因になることを述べています。<sup>12</sup>

今回の学習指導要領改訂にあたって、日本数学教育学会は、中央教育審議会にあてて、「算数・数学科の学習指導要領の改訂についての要望」を行っている。その中での、「目標のあり方」として、

①算数・数学科の目標は、人間形成を中心に置き、実用性、文化性にも十分に配慮する。

②それぞれの学校種の算数・数学科の全体の目標は、総括的目標と具体的目標から記述する。

総括的目標は、現在のような認知的・情意的な記述とし、具体的目標で、人間形成、実用性、文化性に関する目標を明示的に述べる。なお、具体的目標においては、算数・数学科の目標を人間形成、実用性、文化性によって構造化を図り、的確・簡潔に、しかも、説明的になるようにする。その際、算数・数学科の教育は、最終的には、民主主義社会の発展に貢献することを述べることができるとよい。

③「算数的・数学的活動」、「活動の楽しさ」については、目標の重要な構成要素として位置付ける。

というように、提案を行っている。<sup>5</sup> この要望では、この目標が実現できるように、算数・数学科の授業時数の増加を強く要望していた。

#### 4. PISA における数学的リテラシー

経済協力開発機構（OECD）は、OECD 生徒の学習到達度調査を実施してい



る。この調査が先にあげた PISA です。数学的リテラシー、読解力、科学的リテラシー、問題解決能力の 4 つの能力について義務教育修了後の 15 歳児がもっている知識や技能を、実生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかを評価する調査です。2006 年度調査では、我が国では、185 学科、約 6000 名の生徒が参加しました。

PISA 調査の目標は、特定のカリキュラムの内容を生徒がどの程度習熟しているかを調べることを主目的にはしていない。各分野について、成人としての生活を送っていく上で必要な、より広い知識・技能を 15 歳児がどの程度身につけているかを評価することです。そして、調査を実施する理由を 3 つあげています。そのうちの①の最初の部分をあげると、

①知識の習得において重要なことは、それがより広い概念や技能に基づいており、かつ社会で直面する様々な状況や課題に適用できるようなものであるかということにある。数学的リテラシーについて見ると、日常生活において数学的技能を用いる際には、単に見慣れた教科書の問題に答える能力よりも、定量的に推論する能力や物事の間接的な関係を表現する能力の方が適している。(略)

としている。<sup>6</sup> 問題解決を行う際の推論とか表現を重視しているのです。

算数に関係する、数学的リテラシーについて次ぎのようにいっている。

数学的リテラシーとは、「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持って思慮深い市民としての生活において、確実な数学的根拠にもとづき判断を行い、数学に携わる能力」である。

つまり、数学的リテラシーとは、

- ・ 数学が世界で果たす役割を見つけ、理解する能力
- ・ 確実な数学的根拠にもとづき判断を行う能力
- ・ 数学に携わる能力

である。

なお、「世界」とは、個人が生活している自然的、社会的及び文化的環境を意味する。「携わる」とは、数学を使う、数学を使ってコミュニケーションを行う、数学的な視点に立って考えるなど機能的な面から、数学のよさを知り楽しむなどの審美的、娯楽的な面までも含めた幅広い意味を持つ。

PISAにおいて、数学的リテラシーをこう述べる根拠として次のように定義しています。

様々な場面や状況において、数学的な問題を設定し定式化し解決し問題の解を解釈するとき、それらのアイデアを効果的に分析し理由をのべコミュニケーションする能力を評価する。個人が現在と将来の私生活、職場での生活、仲間や親戚との社会生活、責任感と思慮のある市民としての生活を送る上で必要となるものとして、数学的リテラシーを定義している。数学を単に学校のカリキュラムの枠内で習得するだけでなく、数学を機械的な計算に限定するのではなく人々の生活で広く活用することを中心にしたものである。

#### 数学的リテラシーの3つの側面

##### (1) 数学的な内容（包括的アイデア）

量、空間と形、変化と関係、不確実性

##### (2) 数学的プロセス（能力クラスター）

生徒が数学的な内容に取り組むのに必要な技能のまとめり。

生徒は実世界の文脈に基づく問題に取り組み、数学的探究が行えるように問題の特徴を見つけ出し、関連する数学的な能力を活発に使い、問題を解決する。そのためには多段階の「数学化」のプロセスに携わらなければならない。

「数学化」のプロセスには、思考と推論、論証、コミュニケーション、モデル化、問題設定と問題解決、表現、記号による式や公式を用い演算を行うこと、テクノロジーを含む道具を用いること、の8つの能力が関わっている。

これらの8つの能力を含む認知的活動は、次の3種類の「能力クラスター」によって説明される。

再現クラスター：比較的よく見慣れた、練習された知識の再現を主に要する問題を解く能力

関連付けクラスター：やや見慣れた場面、または、見慣れた場面から拡張され発展された場面において、手順がそれほど決まりきってはいない問題を解く能力

熟考クラスター：洞察、反省的思考、関連する数学を見つけ出す創造性、解を生み出すために関連する知識を結びつける能力

### (3) 数学が用いられる状況

生徒が遭遇し、場面を分析し処理する際に、数学的な知識や理解や技能を活用できるようなもの

私 的：生徒の日々の活動に直接関連する文脈

教育的：生徒の学校生活に現れるような文脈

職業的：職業の場面に現れるような文脈

公共的：生徒が生活する地域社会における文脈

科学的：より抽象的な文脈で、技術的な過程、理論的な場面、明らかに数学的な問題についての理解に関連する

習熟度レベルを7段階に分け、そのレベル6からレベル1の生徒ができる内容を述べている。なお、習熟度レベル1未満がもうひとつの段階としている。

#### 習熟度レベル6 (669点以上)

複雑な問題場面において探究やモデル化を基に、情報を概念化し一般化し利用すること。異なる情報源や表現を結び付け、それらを自由に変えること。進んだ数学的思考方と推論を行うこと。この洞察や理解を記号による形式的な演算や関係に適用し、見たことのない場面に取り組むための新しいアプローチや方略を発展させること。結論、解釈、議論、元の場面に対する適切さに関して、自分の活動や反省的思考を定式化し正確に伝えること。

#### 習熟度レベル5 (607点以上 669点未満)

複雑な場面で制約を見つけ出し、仮定を明確にしなが、モデルを発展させ使うこと。これらのモデルに関連した複雑な問題に対処するために問題解決方

略を選び、比較し、評価すること。広く十分に発達した考え方や推論の技能、適切に結び付けられた表現、記号や公式による特徴づけ、これらの場面に付随する洞察を用いて、方略的に問題に取り組むこと。

#### 習熟度レベル 4 (545 点以上 607 点未満)

制約があるまたは仮定を設定する必要があるかもしれない複雑だが具体的な場面で、明示されたモデルを効果的に使うこと。異なる表現を直接に実世界の場面に結び付ける記号表現を含めて、異なる表現を選び統合すること。このような文脈においてある種の洞察を持って、十分に発達した技能を活用し柔軟に推論すること。

#### 習熟度レベル 3 (482 点以上 545 点未満)

連続的な計算などの明確に述べられた手順を実行すること。簡単な問題解決方略を選び適用すること。異なる情報源を基に表現を解釈し使い、それらから直接推論すること。自分の解釈、結果、推論を報告する短いコミュニケーションを発達させること。

#### 習熟度レベル 2 (420 点以上 482 点未満)

直接的な推論を行う以上のことは要求しない文脈において、場面を解釈し認識すること。情報源が1つのときに関連する情報を引き出し、1つの表現様式で利用すること。基礎的なアルゴリズム、公式、手順、規約を用いること。直接的な推論と結果の字義どおりの解釈を行うこと。

#### 習熟度レベル 1 (358 点以上 420 点未満)

情報がすべて与えられ問いも明確な見慣れた場面で、問いに答えること。指示が明らかな場面においてそのまま指示に従うことによって、情報を見つけ出し決まりきった手順を実行すること。明白で与えられた刺激に従うだけの活動を行うこと。<sup>6</sup>

決まりきった手順を実行することだけから、洞察を求められる内容まで、レベルを6段階に設定し、評価していることが分かる。

2006年度の我が国の得点は523点でしたが、2003年度調査よりも11点統計的に有意に低くなっている。日本と同様に統計的に有意に低くなった国は全部で9か国あります。フランス-15点、リヒテンシュタイン-11点、アイスランド-10点、ベルギー-9点、アメリカ-9点、オランダ-7点、スウェーデン-7点、カナダ-5点です。逆に統計的に有意に高くなった国は4ヶ国ありました。それは、インドネシア+31点、イギリス+20点、ギリシャ+14点、ロシア+13点です。<sup>7,8</sup>

では、どのような問題が出されたのでしょうか。2006年度に出題された問題は公表されていませんので、以前に出された問題を見てみましょう。

#### 2003年調査問題

「盗難事件」と表題される問題は、グラフが問題の中に提示されていて、「あるTVレポーターがこのグラフを示して、「1999年は1998年に比べて、盗難事件が激増しています」と言いました。

このレポーターの発言は、このグラフの説明として適切ですか。適切である、または適切でない理由を説明してください。」

と、いうものです。この問題は、出題形式が自由記述式で、内容が不確実性で、状況が公共的で、プロセスが関連付けとなっています。

「テストの点数」と表題される問題は、これもグラフが問題の中に提示されていて、

「下のグラフは、二つの班A、Bの理科のテスト結果を示しています。A班の平均点は62.0、B班の平均点は64.5です。50点以上をとった生徒は合格になります。

先生はこのグラフを見て、今回のテストでは、B班のほうがA班より良かったと言いました。

A班の生徒たちは先生の意見に納得できません。A班の生徒たちは、B班のほうが必ずしも良かったと言えないことを先生に納得させようとしています。

グラフを使い、A班の生徒が主張できる数学的な理由を一つ挙げてください。」

と、いうものです。この問題は、出題形式が自由記述形式で、内容が不確実性で、状況が教育的で、プロセスが関連付けとなっています。<sup>7</sup>

両方の問題とも、理由を述べる形式なので、解答するのに文章を書くようになっていきます。このような形式は、日本ではかつての数学の問題にはなかったものです。しかし、このような問題は、社会の中ではよく見られる現象です。数学を使って、このような問題について考察し、自分の得た解答・考えを確信し、自分の考えを他者に向かって表現し、説得することを行う問題になっています。

## 5. 全国学力テストにおける「活用」に関する問題

PISA 調査に影響を受けて、出題されているのが、我が国で行われている、全国学力テストの「活用」に関する問題です。平成 21 年度出題された問題について、考察をしてみます。

「活用」に関する問題作成の基本理念として、「知識・技能等を実生活の種々の場面に活用する力や、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などに関わる内容」に沿った調査問題を作成していると述べている。さらに次の観点を盛り込むことや工夫することも考えられている。

- ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること
- ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること
- ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること
- ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること<sup>9</sup>

記述式の問題を出題することについて、次のように述べている。

算数科の学習においては、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて筋道を立てて説明したり論理的に考えたりして、自ら納得したり他者を説得したりできることが大切である。<sup>9</sup> 具体的には次の 3 種類の記述に関する問題を出題している。

- ・「事実」を記述する問題

(上皿てんびん)：三つの実験結果から分かることを基に筋道を立てて考え、表のまとめ方に則して、重さの範囲を言葉を用いて記述する

## ・「方法」を記述する問題

(階段)：示された解決方法を理解し、見方を変えた別の解決方法を考え、それを数、言葉と式を用いて記述する

(カードの敷き詰め)：長方形の面積や辺の長さの数値の特徴を基に、示された長方形の板にカードを敷き詰めることができないと判断するための方法を考え、それを言葉や式を用いて記述する

## ・「理由」を記述する問題

(港博物館)：与えられた情報を整理したり選択したりして、筋道を立てて考え、示された判断が正しい理由を式と言葉を用いて記述する

(リサイクル)：4月と6月の集めたもの全体の重さとペットボトルの重さを基にして、割合の大小を判断し、その理由を言葉や式を用いて記述する

1 (3)に出された(1つの円の半径)の問題は、ゆうじさんが行った解答例を読んで、それを理解した上で、同種の解答を作りなさいというものです。

他者の言っていることをよく理解し、その上で、同じような解答ができるか洞察させて解答を求めているのです。

4の(カードの敷き詰め)の問題では、(2)の設問で、カードの敷き詰め不可能性を「言葉や式を使って書きましょう。」また、5の(リサイクル)の問題では、(3)の設問で、「正しいものを1つ選んで、その番号を書きましょう。また、その番号を選んだわけを、言葉や式を使って書きましょう。」としています。<sup>9)</sup>

自分が行ったことの原因を述べることを課題にしています。自分で納得し、その結果を他者にも説明できるようにしようとする課題になっています。これはPISAで出題された問題と同じ形式をとっている問題です。

## 6. ドイツにおける数学教育改善について

ドイツも1970年代に数学教育の現代化を行った後遺症を持ったまま、現在

に至っていました。全国統一的な指導要領を持っていないドイツでも、PISAの結果がよくなかったことを受け、数学教育のあり方の改革をしようとする流れが起こっているのです。テストに対応するやり方で、成績をよくすることは、避けようという提言もしています。その件に、日本に対する見方も語られているので、その部分をあげてみよう。

参考になる国は日本である。日本では、大学生の学力低下について、大学関係者の嘆きの声が増え大きくなっている。この惨めさの主要な原因は、テストのためだけにがむしゃらに勉強するからである。日本では、TIMSSやPISAで中学生が優れた成績をとったからといっても、長期的に見れば、そのことはあまり価値がないことが徐々に明らかになっている。テストに合格することだけを目指して学習した知識は、すぐに忘れられてしまうのである。しかも、日本においてもっと重大な問題は、数学や自然科学に対して、多くの生徒が嫌悪感を持っていることである。日本政府は、2000年に、この状況を改善するために、根本的な教育改革に乗り出した。理解ある学習を実現するために、学習指導要領の算数・数学の内容が30%削減され、学校の週5日制が導入された。一方で、日本の数学教育学には、例えば、オープンエンドアプローチのような取り組みなど、我々が考える授業改善の方向と軌を一にする授業改善への新しい取り組みもあるのも事実である。<sup>13</sup>

我が国が、前回に行った学習指導要領改訂は、ここに述べられていることをしようとして行ったことです。「ゆとり教育」ということの意義です。知識基盤社会となった現状を踏まえると、確かな学力を持つためにも、問題解決型の学習も取り入れることも行っていかうとしていたのです。しかし、知的好奇心を持たない若者たちが多数輩出している現状を重く受けとめる必要があります。

ドイツにおける数学教育改善を提議し、具体案として、次の6つをあげています。



1. 「応用指向」と「構造指向」の2つの相補的側面をもつ「パターンの科学」として数学をとらえること。
2. 数学的認識過程や学習過程を「数学化する、探究する、推論する、表現する」のような学習目標として記し、それらを学校教育全体に浸透させること。
3. 学校段階全体を通して、授業を学習能力の発達に方向づけること（スローガン「活動的－発見的学習」）
4. 内容領域：整数論/離散数学、代数、初等幾何、解析そして統計の基本的アイデアを明確に関連付けること。これらを基礎学校から卒業試験まで連続的に展開すること。
5. 自然科学に関する教科との横の関連を明白に構築すること。
6. 学習の補助手段や道具として新しいメディア（電卓など）を取り入れること（ただし、特別な教科「情報技術の基礎教育」や「情報科学」のように、それ自体を目的として導入することではない）<sup>13</sup>。

最初にあげている、応用指向というのは、アメリカから広がった考えである。この考えだけを強調してしまうと、数学が単に技術的、経済的、社会的応用のモデル化の補助手段にされてしまう。そうになると、数学の知的活動としての側面を完全に失うことになっていく。20世紀数学は、ブルバキが行った現代数学の再編成があり、非常に抽象化した数学を作りあげました。それが数学教育現代化に大きく影響を与えました。いわゆる構造指向です。確かに、数学教育現代化には多くの問題点もあったのですが、全く無視してしまうわけにはいきません。応用と構造を切り離さずに、両者が互いに補っていく科学としての数学を考えようという提案です。

2番目は、ドイツにおいても、習得型の学習だけでなく、学習過程を目標とする学習も学校教育で実現しようとしているのです。国際比較のテストの流れはこの方向になっているからです。生涯学習としてこの方向は必然です。いろいろな現象を数学的にとらえること、それを探究すること、見通しを立てて推論すること、言語化したり、式など数学的な記号で表現することなどこれからの社会でも求められるものです。

3番目は、スローガンに述べられているので理解できることと思います。

4番目は、初等数学を題材にする数学教育を考えています。数学教育現代化のような、現代数学の内容を教えようとするところからは脱して、基礎的な内容の教育を考えようとしています。

## 7. フィンランドの現状

フィンランドは、PISA 調査では上位になっています。けれども、フィンランドでは、PISA 調査に対して次のような意見がヘルシンキ大学もと講師のマルヤッタ・ナアタネンより出されている。

少し長いですが引用してみます。

しかし、大学とポリテクニクの数学教員たちは心配している。実際、新入生たちの数学的知識は劇的に低下しているからだ。その1例として、1999年の拡大TIMSS国際テストでは、フィンランドの生徒たちは幾何と代数で平均以下の成績であった。また、別の例として、大学入学資格全国テストにおいて、余りにも多くの生徒たちを不合格にしないために、審査委員会は落第点の基準を驚くべきレベルに引き下げざるを得なかった。この数年間、60点満点のテストで6点を取れば合格になっている。

この矛盾は、PISA 調査は単に日常生活的な数学知識を測定しているに過ぎないことを指摘すれば説明できる。この「日常生活的な数学知識」とは、英語版の報告書に明記してあるように、「数学リテラシー」と呼ぶことが出来よう。そこには、高等学校や職業学校で必要となる数学は含まれていない。当然、日常生活的な数学知識は必要だが、それだけでは絶対に不十分である。(PISAの)85問の中の約20問が公表されている。それらの問題は、簡単な整数の計算、些細な問題や論証、統計図表の解釈、そして言語表現の解釈を主要な柱とする状況の評価、などである。そして、代数や幾何の問題はほとんど含まれていない。しかしながら、それはこの調査の目的と見事に一致しているのである。その目的とは、日常生活的な数学知識をテストすることである。PISA 調査は、従って、多くの数学的能力、例えば分数を用いた計算、

初等的な方程式の解法、幾何学的な論証、立体の体積の計算、代数的な表現の操作などに関しては何も答えてくれないのである。そして、恐らくは代数こそが、統合義務教育終了後の数学学習において最も重要な題材となるであろうに、である。<sup>14</sup>

フィンランド教育をモデルにすることは果たしてよいことなのかが疑われる状況といえます。PISA 調査がそれまでの学校教育で獲得して、さらに社会において必要とする知識を調べていないことが指摘されています。単に日常生活において必要とされるものだけに過ぎないのです。

## 8. おわりに

PISA 調査の結果を、参加した国、地域は教育改善に利用している。単なる知識だけでは、特に先進国といわれる国では、現代社会で活躍することができなくなってしまっている。社会構造が変わってしまったからです。我が国においても同様なことが起こっています。いわゆる知識基盤社会になっているからです。

算数科の授業研究は、思考力・表現力・活用力の育成を課題にしてきている。これらの授業実践がなされ、効果はだんだんと現れてきていることが、全国学力・学習状況調査でも分かります。

フィンランド教育が優れているとの紹介の著書も多く出されているが、果たして我が国の教育に取り入れることも考慮すべきことである。調査は、全般的な見方には適しているが、個々の状態については、詳細な実態を知る必要があります。高得点を得ている国、地域の若者が大学など高等教育に必ずしも進学しないことも問題です。

本論文のもとになる考えを作るきっかけを与えてくれました、みやま市小・中学校教育研究会（算数科）部会の黒田講和会長と算数科担当住吉正朗校長、また、この機会を準備して下さいました啓林館九州支社の西本清司様と宮原一生様に感謝いたします。

## 参考文献

1. 文部科学省：小学校学習指導要領解説算数編、平成 20 年 8 月、東洋館出版社
2. 文部省：小学校学習指導要領解説算数編、平成 11 年 5 月、東洋館出版社
3. 原田信之編著：確かな学力と豊かな学力 各国教育改革の実態と学力モデル、ミネルヴァ書房
4. 日本数学教育学会、算数・数学意識調査委員会：児童の算数に対する意識、日本数学教育学会
5. 日本数学教育学会：算数・数学科の学習指導要領の改訂についての要望
6. 国立教育政策研究所編：生きるための知識と技能、OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA)、2000 年調査国際結果報告書、ぎょうせい
7. 国立教育政策研究所編：生きるための知識と技能、OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA)、2003 年調査国際結果報告書、ぎょうせい
8. 国立教育政策研究所編：生きるための知識と技能、OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA)、2006 年調査国際結果報告書、ぎょうせい
9. 国立教育政策研究所・教育課程研究センター：平成 21 年度全国学力・学習状況調査解説資料小学校算数、文部科学省
10. 中原忠男編著：PISA 型学力の教材開発&授業、明治図書
11. 志水宏吉：学力を育てる、岩波新書
12. 志水宏吉：「つながり格差」が学力格差を生む、重紀書房
13. G.N.ミューラー、H.スタインプリング、E.C.ヴィットマン：算数・数学授業改善から教育改革、東洋館出版
14. 柴田勝征：フィンランド教育の批判的検討、花伝社