倒産の理論モデル：産業組織論との融合*)

加　藤　　　浩

目次

１．イントロダクション
２．倒産決定の基本モデル
　2.1　モデルの設定
　2.2　倒産の条件
　2.3　請求権の具体化
　2.4　不確実性の具体化
３．無限時間における倒産決定
　3.1　モデルの設定
　3.2　退出決定
　3.3　倒産決定
　3.4　参入決定
　3.5　現金の蓄積がある場合
４．寡占市場における倒産決定
　4.1　モデルの設定
　4.2　価値関数と倒産閾値の導出
　4.3　ナッシュ均衡の導出
　4.4　勝者となる条件
５．産業組織分析との融合
　5.1　２段階ゲームによる分析
　5.2　今後の研究課題
参考文献

*) 2014年9月に西南学院大学経済学部を退職した石塚史樹元教授に本稿を捧げる。

１．イントロダクション

倒産（bankruptcy）とは財務上の問題から生じる事態であり，企業が債務に対して返済義務を果たすことができないため，生産活動が継続できなくなるというものである。また，倒産を非効率的な経営を行っている企業を市場から強制排除するという，市場メカニズムが持つ一側面として捉えることができる。裏返せば，倒産を回避するという動機が，負債を確実に返済させるような効率的行動を企業に取らせると見ることができよう。しかし，倒産の帰結としての生産停止と市場からの強制排除は，あくまでも財務上の問題から生じるものである。すなわち，負債を多く抱えている企業であっても，返済のための資金が何らかの形で注入されれば生産活動は継続できる。このことは，利益を生み出さない非効率的な企業であっても，市場で生き残る可能性があることを示唆する1)。逆に，効率的な技術を持つ企業であっても，資金調達の手段として負債を採用したがために，倒産してしまうこともある2)。これは一企業の効率性に関わる問題である。市場全体の効率性から見ても，倒産の可能性が企業に望ましくない行動を取らせることもある。また，ある企業の倒産により競合企業の独占力を高めるならば，それが資源配分の非効率性を引き起こす。倒産に関わるこのような問題について，理論モデルを通して検証することが必要とされている。

この論文の目的は，これまでに様々な形で定式化された倒産の理論モデルをいくつか取り上げて概観することである。この倒産モデルを用いて，倒産が起

---

1)　いわゆるゾンビ企業のことである。ゾンビ企業とは，収益性が低く債務超過にあり，再建の見込みがないにも関わらず，銀行や政府の支援によって事業を継続している企業のことである。星(2006)の実証研究によると，1981年～2002年のサンプルについて，わが国に占めるゾンビ企業の割合は，年々増加しているとのことである。

2)　倒産のリスクがあるのにも関わらず，株式ではなく負債により資金調達をするのはなぜか。これには幾つかの説がある（Milgrom and Roberts (1992)）。(1)戦略的視点によるもの（詳しくは本稿5節）。(2)税制上の優遇を受けられる。(3)市場に流通する株式を抑制することで株価を高めることができ，株式の買い占めによる乗っ取りを避けることができる。(4)高い負債比率がシグナリングの役割を果たす。つまり，将来収益について，負債の返済ができるほどの良い見通しを経営者が持っているとき，それを投資家にシグナルするために高い負債比率を選択する。その結果，企業価値を高めることができる。(5)負債があることで，返済を滞らせないよう経営者にコミットさせ，効率経営を徹底させることができる。

こる条件を明らかにする。さらに，倒産の可能性が，投資決定といった企業行動や寡占競争にどのような影響を与えるかを検討する。このような関係を精緻に分析するためには，産業組織論の視座を取り入れることが必要とされる。したがって，産業組織分析を可能にする倒産モデルを構築することが，この研究を取り組む上で肝要となる。産業組織分析と整合的な倒産モデルに必要とされる設定を指摘し，また産業組織論固有の研究課題を探ることも，この論文の目的である[3)]。

倒産の理論モデルに共通する設定は，次のようなものである。事業資金を負債で調達している企業を考え，資本構成（負債・自己資本比率）をモデルにおいて明示する。株主と債権者（社債保有者）という利害対立のある請求者が存在して，それぞれが目的関数（株式価値，社債価値）の最大化を望む。利潤フローの実現値には不確実性がある。低水準の利潤フローが実現したため負債を返済することができず，さらには返済するための現金が企業内になく，資金も調達できないときに倒産する。倒産すると，企業の所有権が株主から債権者へと移る。企業は清算され，生産設備の転売で得られた価値は債権者間で分配される。残存する負債について株主には返済義務がなく，返済されない負債はすべて債権者の損失となる。これが有限責任（limited liability）ルールである。

本稿では，退出（exit）と倒産とを異なる概念として区別して議論を進める。両者は生産活動を停止する点では共通しているが, その動機が根本的に異なる。負債に依存せず株式発行や内部留保だけで事業資金を調達する企業に，倒産は起こらない。その場合でも，経営資源を別の事業に移動させたり，あるいは転売して資金を回収したりすることで, より高い価値を得ることができるならば, 現在の生産活動を停止して市場から退出することが効率的な選択となる。つまり，退出とは，企業価値の観点から自発的に生産を停止することである。これに対して，倒産は株式価値（あるいは結託価値）の観点から，株主（と銀行との結託）が債務に対して不履行（default）を宣言し生産を停止することである。

---

3)　元来，倒産はコーポレート・ファイナンスの分野で論じられるものである。コーポレート・ファイナンスは一企業内の財務問題に焦点を当て，企業価値の最大化を達成するための資本構成や，資本市場における資金調達の方法に関心を持つ分野であるから, 倒産研究もそのような関心に限定される。Milgrom and Roberts（1992）, 小田切（2000）, Tirole（2006）, Brealey, Myers and Allen（2013）などを参照。

有限責任ルールから，株式価値は債権者の損失を考慮に入れないので，倒産決定について株主と債権者の間で利害対立が発生する。言い換えれば，債権者（場合によってはステークホルダー）の意に反することであっても，強制的に退出する（forced exit）ことが倒産である。また，倒産は企業価値の最大化に基づいて決定されていないので，非効率性が生じることがある。つまり，事業を継続することがより高い企業価値をもたらすとしても，株式価値の観点からは倒産することがある（倒産バイアス）。逆に，生産を停止することが企業価値の観点から望ましくても，事業を継続することがある（事業継続バイアス）。このようなバイアスが存在することは，非効率的な企業を淘汰するという市場メカニズムの役割として，倒産は有効に機能しないことの証左となる。

本稿は，各節ごとに特徴の異なる倒産モデルを取り上げ，産業組織分析への応用可能性を探る（表１）。２節では，資産および利潤フローに対する請求者，すなわち株主と社債保有者，そして銀行をモデルにおいて明示して，企業が倒産する条件を資産（生産設備）価値と請求権価値の関係から導き出す。この条件から倒産が起こりやすい状況を明らかにする。企業には負債を返済するための現金が不足しており，債務不履行の危機に直面している。そこで株主と銀行で形成される結託が，倒産するか，あるいは返済に必要な資金を融資して事業を継続するかのどちらかを選択する。倒産は結託価値の最大化により決定されるので，企業価値の最大化から決定される退出と比べて，それぞれが実行される利潤フローの限界値（閾値）が乖離することがある。これにより，倒産バイアスや事業継続バイアスが引き起こされる。このようなバイアスが生じる状況を２期間モデルにより確かめる。

３節では，無限時間において倒産するタイミングを決定するという問題を，リアル・オプション分析により検討する。倒産の可能性があることとは，倒産オプション（bankruptcy option）を保有していることであり，倒産することはオプションを行使することであると解釈する。生産設備が生み出す利潤フローの期待割引現在価値と倒産オプションの価値（＝倒産の機会費用）で構成される株式価値が最大となるときに，オプションは行使される。また，効率性のベンチマークとして，退出のタイミングについて考える。企業は退出オプションを保有しており，企業価値を最大にするよう退出が実行される。さらに，市場参

入のタイミングについて検討する。参入に際しては生産設備を購入するための投資が必要になるので，参入決定は投資オプションの行使として考えることができる。投資費用の一部を負債により調達するとき，参入後は倒産オプションを保有して生産する。このときの投資決定（＝最適解（optimum solution））を考える。また，企業価値を最大化するとき，あるいは投資費用をすべて株式発行で調達するとき，参入後には退出オプションを保有して生産する。このときの投資決定（＝効率解（efficiency solution））を考え，ベンチマークとする。この２つの状況についてそれぞれの投資閾値を求め，比較することで過剰投資か過少投資かのどちらが生じるかを明らかにする。

４節では，リアル・オプション分析を寡占モデルへと拡張する。複数企業が倒産オプションを所有しており，競合企業のオプション行使により自企業の価値は影響を受ける。具体的に述べるとこうである。複占市場での競争により株式価値は低水準に維持されている。ここで相手企業が倒産オプションを行使すると，自企業は独占状態となり株式価値が上昇する。それゆえ，相手企業のオプション行使のタイミングを考慮に入れて，相手企業よりも先に行使して倒産するか，あるいは相手企業が倒産するまで事業を継続し，独占状態を享受するか，そのどちらがより高い価値をもたらすかを考えてオプション行使のタイミングを計る。したがって，倒産の最適なタイミングは，資本構成や利潤フローの水準だけではなく，相手企業の倒産のタイミングによっても影響を受ける。これらの要因について，どのような性質を持つ企業が最初に倒産し，また最後まで市場に残るかを明らかにする。

５節では，倒産モデルを産業組織分析に応用することへ主眼を移す。２段階ゲームによる定式化は, 倒産の産業組織分析を取り組む上で有用な手法となる。第１段階は資本市場で考え，各企業は資本構成を定める。第２段階は生産物市場を考え，寡占競争が繰り広げられる。第１段階で決定された負債額の水準に応じて倒産確率，すなわち有限責任ルールが適用される確率が決まり，期待株式価値はこれを考慮に入れて計算されたものである。それゆえ，負債を持つ企業は負債がないときと比べて，寡占競争での行動を積極的あるいは消極的なものに変え，さらにそれが競合企業の反応に影響を与える。資金を調達するときは，負債が持つこのような戦略効果を考慮に入れて資本構成を決めることが合

理的となる。２段階ゲームによる定式化を手掛かりとして，５節の後半では，倒産モデルと産業組織論との融合について議論する。まず，これまでの研究成果から,倒産が市場に与える効果が４つあることを推論として与える。そして，産業組織論の観点から構築される倒産モデルは，これらの効果のいずれかが現われることが予想され，そこから産業組織論固有の研究課題が派生する。これらの研究課題を列挙して，本稿を閉じる。

２節
・請求者：株主，社債保有者，銀行 ・支払いクーポンが各期異なる ・債務超過の状態と財務上の困難の状態を定式化 ・２期間モデル ・競争がない ・利潤は外生的に与えられる 代表的な研究：Bulow and Shoven（1978），White（1980），（1989）
３節
・請求者：株主，社債保有者 ・支払いクーポンは毎時点一定 ・無限時間モデル ・参入決定（投資決定） ・競争がない ・利潤は外生的に与えられる 代表的な研究：Mauer and Ott（2000），Jou（2001），Mauer and Sarkar（2005）
４節
・請求者：株主，社債保有者 ・支払いクーポンは毎時点一定 ・無限時間モデル ・寡占競争 ・利潤は外生的に与えられる（産業構造によって水準が変わる） 代表的な研究：Lambrecht（2001）
５節
・請求者：株主，社債保有者 ・負債額（支払いクーポン）を決める ・２段階ゲーム（寡占競争は１期間） ・寡占競争 ・利潤は企業間の生産量競争（価格競争）によって水準が決まる 代表的な研究：Brander and Lewis（1986），（1988），Showalter（1995），Wanzenried（2003）

表１　倒産モデルの一覧

2．倒産決定の基本モデル

この節の目的は，企業の資本構成を明示することで，倒産状態となる（破産が宣言される）ときに成立する条件式を導出することである。この式から，倒産が起りやすい状況を明らかにする。さらに退出が実行される条件式と比較する。退出は生産停止の効率条件となる。したがって，倒産決定と退出決定との間に乖離が存在することは，倒産バイアス，あるいは事業継続バイアスが生じる可能性があることを意味する。

2.1　モデルの設定

企業は資産（生産設備）を所有しており，それを用いて生産活動を行い，毎期利潤フローを獲得する。この資産を購入するための資金は，社債発行や銀行借り入れ，あるいは株式発行を組み合わせて調達される。社債発行と銀行借り入れにより調達された資金は企業にとり負債となるので，毎期金利を支払い，満期には元本を返済する義務を負う。株式発行により調達された資金は自己資本となり，毎期獲得した利潤フローから株主に配当を支払う。このことから，株主（equityholder），社債保有者（bondholder），および銀行は，資産と利潤フローに対して請求権（claim）を持つ請求者（claimant）となる。銀行と社債保有者は債権者（creditor）であり[4)]，株主は企業の所有者となる。企業の所有者とは残余請求者（residual claimant）と同義であり，生産活動によって得る収入から，負債の元利や可変費用などのすべての支払いを差し引いた後に残る価値を受け取る権利を持つ[5)]。

倒産が選択されるとき，それぞれの請求者が持つ請求権の価値と，資産価値（利潤フローと保有する現金）との間に成立する関係が，倒産の条件式となる。いま，企業は財務上の困難（financial distress）にあり，今期末に返済義務があ

4)　担保を取っている債権者がいると，倒産時には担保の売却代金について優先して分配される。ここでは債権者は担保を取らないものとする。

5)　さらに，経営者（manager）は株主の代理人であり，株主から委託され経営上の意思決定を行う。つまり，生産量や価格，あるいは投資といった企業行動は，株式価値が最大になるように決定される。

る負債の元利を支払えるほどの現金を持っておらず，債務不履行の危機に直面している[6]。このとき企業は次のどちらかを選択する必要に迫られる。すなわち，新たに資金を調達し，返済義務を果たすことで事業を継続（continuance）するか，あるいは倒産し事業を清算（liquidation）して得られる価値を請求者間で分配するかのいずれかである。この選択については，株主と債権者の間で利害対立（conflict）が生じる。倒産すると，有限責任ルールに基づき債権者が残余請求者となるので，清算後に得た価値はすべて債権者へ分配される。一方，株主は残された負債に対して返済義務はないため，株主が得る価値は少なくともマイナスになることはない。倒産により返済不能となった負債はすべて債権者の損失となる。このことから，財務上の困難に直面したとき，ある状況では株主は事業継続を望むが，債権者は事業をいち早く清算をし，資金を回収することを望む。別の状況では，その逆のことが起こる。このような利害対立があるため，倒産するかどうかは，請求者間で交渉して決定されることになる。請求者はそれぞれ交渉力が異なり，交渉力の強い請求者が決定権を持つ[7]。そこで次のように想定する。銀行と株主は平常時には利害が対立するが，財務上の困難にあっては結託（coalition）を形成して，倒産決定の主導権を持つ[8]。

事業継続を選択すると，銀行は債務の返済額のうち不足する分を企業に融資し，それを債権者に返済をした上で生産活動を続ける[9]。倒産すると事業は直ちに清算される。事業に用いた資産は転売されるか，あるいは代替的な事業に

6)　したがって，配当は支払われない。

7)　社債保有者は不特定多数存在するため，個々人で交渉したとしても交渉力は弱い。また，社債保有者間でも利害対立があるので，結託を形成することは困難である。例えば，劣後債については，優先社債より資産に対する請求権は後回しになる。これに対して，銀行，とりわけメインバンクは強い交渉力を持つ。また，株主の意思は株主総会を通じて反映されるので，株主も強い交渉力を持つものと考えられる。

8)　複数の銀行から借り入れている場合は，メインバンクが結託の中心的存在になるとする。

9)　債務不履行の危機に直面する企業は，新規に株式や社債を発行して資金を調達するよりも，銀行より融資を受けたほうが安全に資金を集めることができる。このような企業が発行する社債はジャンク・ボンド（債務不履行のリスクが高い債券）なので，非常に高い利回りを保証する必要がある。また,経営状態の悪さから株価も低下しており，新規株式発行は更なる株価の低下を引き起こし，乗っ取り脅威に晒される。

転用されることで利益を生む[10)]。この利益から，清算手続きに関わる費用を除いたものが清算価値（liquidation value）となる[11)]。この清算価値は債権者へ分配される。

このような状況を２期間モデルにより定式化する。すべての請求者はリスク中立的である。まず，第１期に保有している現金や流動資産の価値を M とし，財務上の困難をもたらす水準にあるとする。第１期の選択によって，第２期の状況は次のように変わる。倒産を選択したときは事業を清算し，清算価値 L を債権者の間で分配する。事業を継続するときは，銀行より必要な資金が融資され，第１期の残存する負債を返済して生産活動を続ける。事業継続により得られる利潤フローは不確実であり，その期待値を P^e とする。これは，第２期における生産設備の価値が，結託の選択によって P^e あるいは L となると見ることができる。L は生産設備を現在の事業に使用するのを止め，他へ転売・転用したときの価値であり，P^e は生産設備を現在の事業に使用し続けるときの価値（going concern value）である。清算することで資産価値が失われるが，この喪失した価値を倒産費用（bankruptcy cost）と呼ぶ。すなわち，倒産費用 BC は，

$$BC = P^e - L \tag{1}$$

となる[12)]。第２期が終了したときに企業は解散するので，第２期では倒産・事業継続の選択をしない。また，解散後の資産価値はゼロである。第２期で得た利潤は債権者への返済が優先され，残りが結託のものとなる[13)]。実現する利潤が負債額を下回るときには，債権者は利潤のすべてを受け取り，結託は何も得ない。

10) いくつかある転売先や転用先のうち，最高の利益をもたらすものを清算の利益として評価する。

11) 清算手続きの費用には法的コストや管理コストが含まれる。具体的には，解雇による従業員への補償支払い，あるいは弁護士に支払う報酬などである。

12) 倒産費用は負になることがある。つまり，清算価値が期待利潤を上回るときである（$L > P^e$）。これは，設備の再販売価値が購入時の価値よりも上がっており，企業は清算によりプレミアムを得る。

13) 結託価値から銀行へ返済される金額は，結託間の内部移転になるので，ここで考える必要はない。

事業を継続するときの，銀行，社債保有者，株式が持つ請求権の期待割引現在価値を，それぞれ B_c，D_c，E_c とする。また，倒産したときは，それぞれが得る価値を B_b，D_b，E_b とする[14)]。有限責任ルールにより，倒産したとき株主には負債の元利を返済する義務はないので，E_b は負になることはない。つまり，

$$\text{有限責任ルール：} E_b \geq 0. \tag{2}$$

これに対して，倒産するときに債権者が得る価値は，清算時に債務超過があるかどうかで異なる。債務超過がなければ，債権者は債権をすべて回収することができるが，債務超過があるときは，清算価値のみを得ることになる。

2.2　倒産の条件

企業価値は事業継続時には $M + P^e$，清算時には $M + L$ となる。また，企業価値は請求権価値の合計額（負債価値＋株式価値）と一致する[15)]。事業を継続するときは（表２），

$$M + P^e = E_c + B_c + D_c, \tag{3}$$

倒産するときは（表３），

$$M + L = E_b + B_b + D_b \tag{4}$$

が成り立つ。倒産によって結託が獲得する価値（$E_b + B_b$）が，事業継続により結託が得る期待価値（$E_c + B_c$）を上回るとき，結託は倒産を選択する[16)]。つまり，

$$E_b + B_b > E_c + B_c. \tag{5}$$

14) c は継続（continue），b は倒産（bankruptcy），B は銀行（bank），D は社債保有者（debt holders），E は株主（equity holders）を表す。

15) 貸借対照表の借方と貸方の金額が一致することと同じである。

16) 倒産が結託価値の最大化から決定されるというよりも，銀行価値の最大化から決定されると考えることもできる。銀行から資金を提供してもらうために，株主は銀行に保有株式の一部を譲渡することがある。債務不履行の危機にあるときには，全株式を担保にして資金の融資を受けるとするならば，株主が銀行へ譲渡できる請求権の最大価値は E であるので，銀行の請求権価値は最大 $B + E$ となる。

借方（資産）	貸方（請求権）
（資産）	（負債）
第１期	B_c
M	D_c
第２期	（純資産）
P^e	E_c

表２　貸借対照表（事業継続時）

借方（資産）	貸方（請求権）
（資産）	（負債）
第１期	B_b
M	D_b
第２期	（純資産）
L	E_b

表３　貸借対照表（清算時）

(3)式と(4)式を代入することで，次の条件を得る。

倒産の条件：$P^e - D_c < L - D_b.$　(6)

ここで，倒産閾値（bankruptcy threshold）P_D を次のように定義する。期待利潤フローP^e が P_D よりも大きいときは事業を継続し，P_D よりも小さいときは倒産を選択する。したがって，

倒産閾値：$P_D = L + D_c - D_b$　(7)

となる。さらに(1)式と(6)式より，

倒産の条件（別表現）：$BC < D_c - D_b.$　(8)

この条件式は次のように解釈できる。倒産から事業継続へと決定を変更したと

きの利益の増分について考える。企業価値から評価した利益の増分は回避できた倒産費用 BC であり，社債保有者の請求権価値から評価した利益の増分は $D_c - D_b$ である。この２つの利益の差額，すなわち残余利益（residual income）が結託価値から評価した利益の増分となる。したがって，倒産から事業継続に選択を変更したときに残余利益が負となるならば，倒産が選択される。

続いて，退出決定について考える。退出により資産を転売・転用したときに得る利益から，閉鎖費用を除いた価値（すなわち，残存価値（salvage value））は L に等しいとする[17]。退出は企業価値の観点から決定される。したがって，$P^e \leq L$ のときには退出することが, $P^e > L$ のときには事業を継続することが最適となる。退出閾値（exit threshold）あるいは操業停止点（shut-down point）P_E は,

$$\text{退出閾値（操業停止点）：} P_E = L \tag{9}$$

となる[18]。

また,（企業価値から見て）倒産が効率的であるとは，倒産が事業継続よりも高い企業価値をもたらすことである。つまり，退出閾値に従って倒産・事業継続を決めることが効率的である。企業の倒産決定がつねに効率的となるには，倒産閾値と退出閾値が一致することであり，次の条件が満たされないといけない。

$$\text{無差別性（indifference property）：} D_c = D_b. \tag{10}$$

結託が倒産を選択したとき，社債保有者に事業継続時と同じ価値をもたらすならば，倒産は効率的である。倒産が社債保有者の価値に影響を与えるならば，退出閾値と倒産閾値の間に乖離が生じて，倒産決定は非効率となる。２種類の非効率性があり, それぞれ倒産バイアスと事業継続バイアスと呼ぶことにする。倒産バイアスとは，企業価値から見ると事業を継続するべきであるが，結託は

17) ここでは，残存価値＝清算価値＝L としているが，2つの価値がつねに一致するとは限らない（3節を参照）

18) 退出は無負債企業による生産停止の決定でもある（3節参照）。$D_b = D_c = 0$のとき，事業継続の結託価値は $B_c + E_c = P^e + M$，倒産の結託価値は $B_b + E_b = L + M$ となるからである。

倒産を選択することである。つまり，退出閾値よりも高い水準の期待利潤で倒産してしまうことである。事業継続バイアスとは，企業価値の点からは事業を止めるべきであるのに，結託は事業継続を選択することである。つまり，期待利潤が退出閾値よりも低い水準であっても事業を継続することである。結託の利益は残余利益であるので，倒産・事業継続の選択肢のうち，社債保有者の請求権価値を小さくするものについてバイアスがかかる。すなわち，$D_c < D_b$ のときは $P_D < P_E$ となり，$P^e \in (P_D, P_E)$ ならば事業継続バイアスが生じ，また $D_c > D_b$ のときは $P_D > P_E$ となり，$P^e \in (P_E, P_D)$ ならば倒産バイアスが生じる。

2.3　請求権の具体化

ここで, 社債の元本と利子率をモデルに導入し, 請求権価値を具体的に表す。第１期および第２期に満期となる社債の元本をそれぞれ D_1，D_2，社債のクーポン・レートを r_D とする（表４，表５）。割引率 r は，無リスク資産の投資収益率とする。以下の関係を仮定する[19]。

仮定１：$r < r_D$

銀行からの借り入れはなく，第１期の債務は社債のみとする。したがって，倒産するときは社債保有者に清算価値が分配される。また，第２期に獲得した利潤は社債保有者への元利支払いが優先され, 残った価値が結託のものとなる。

財務上の困難とは，第１期に返済義務のある社債の元利に対して支払う現金が不足する状態である。つまり，次のような状態になっていることである。

$$\text{財務上の困難：} M < (1 + r_D)D_1 + r_D D_2. \tag{11}$$

返済に不足する現金は $(1 + r_D)D_1 + r_D D_2 - M$ となり，結託が事業継続を選択するならば，銀行からこの金額が融資され，社債保有者に支払う。

債務超過（debt overhang）とは，純資産の現在価値が負となり，企業の資金調達能力が失われる状態である。事業継続時については，

19) $r > r_D$ という関係は，社債がかなり昔に発行されたものならば成立しうるが，現実的ではない。

借方（資産）	貸方（請求権）
（資産）	（負債）
第１期	D_1
M	D_2
第２期	第１期のクーポン
P^e	$r_D(D_1 + D_2) = R_1$
	第２期のクーポン
	$r_D D_2 = R_2$
	（純資産）
	E_c

表４　貸借対照表（事業継続時）

借方（資産）	貸方（請求権）
（資産）	（負債）
第１期	D_1
M	D_2
第２期	第１期のクーポン
L	$r_D(D_1 + D_2) = R_1$
	（純資産）
	E_b

表５　貸借対照表（清算時）

債務超過（事業継続時）：$M + P^e < (1 + r_D)D_1 + r_D D_2 + \dfrac{(1 + r_D)D_2}{1 + r}$,　(12)

清算時については,

債務超過（清算時）：$M + L < (1 + r_D)(D_1 + D_2)$　(13)

となっている。以上の設定により，P^e，D_c，D_b を明示化し，倒産が決定される条件式をより具体的な形で導く。

（1）事業継続

生産活動によって得る利潤フローを x とする。x は確率変数であり，確率密度関数を $f(x)$とする。P^e は次のようになる。

$$P^e = \frac{1}{1+r}\int_0^\infty xf(x)dx \tag{14}$$

D_c は次のように具体化できる。社債保有者は第１期末に$(1 + r_D)D_1 + r_D D_2$だけ受け取る。第２期の利潤が $x \geq (1 + r_D)D_2$ならば社債の元利が完済されるが，$x <$ $(1 + r_D)D_2$ならば元利の一部が払えないので，社債保有者は x をすべて受け取ることなる。したがって，社債保有者の請求権の期待割引現在価値は以下のようになる。

$$D_c = (1+r_D)D_1 + r_D D_2 + \frac{1}{1+r}\left\{\int_0^{(1+r_D)D_2} xf(x)dx + \int_{(1+r_D)D_2}^\infty (1+r_D)D_2 f(x)dx\right\}. \tag{15}$$

（2）倒産

第１期に社債保有者へ返済するべき金額は$(1 + r_D)(D_1 + D_2)$となる。社債保有者の請求権価値は，債務超過があるかどうかで異なり，債務超過があるときは元本に関係なく一定額 $L + M$ だけ受け取る。つまり, 次のように場合分けされる。

$$D_b = \begin{cases} (1 + r_D)(D_1 + D_2) & （L + M \geq (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}） \\ L + M & （L + M < (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}）. \end{cases} \tag{16}$$

(6)式より，倒産条件は次のようになる。

$$\text{倒産の条件：}P^e - D_c < \begin{cases} L - (1 + r_D)(D_1 + D_2) & （L + M \geq (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}） \\ -M & （L + M < (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}）. \end{cases} \tag{17}$$

ただし，P^e は(14)式，D_c は(15)式で与えられる。これより倒産閾値が導かれ，

$$\text{倒産閾値：}P_D = \begin{cases} L + D_c - (1 + r_D)(D_1 + D_2) & （L + M \geq (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}） \\ D_c - M & （L + M < (1 + r_D)(D_1 + D_2)\text{のとき}） \end{cases} \tag{18}$$

となる。

2.4　不確実性の具体化

xの分布を具体化することで，(18)式をさらに分析しやすい形として導く。次のように具体化する。第２期の利潤フローは，確率αでP_2+G（事業が成功），確率$1-\alpha$でP_2-G（事業が失敗）が実現する（図１）。これより，期待利潤フローは，

$$P^e=\frac{1}{1+r}\{\alpha(P_2+G)+(1-\alpha)(P_2-G)\} \tag{19}$$

となる。ここで，事業が成功したときは社債の元利を完済できるとする。つまり，

仮定２：$P_2+G>(1+r_D)D_2.$

また，事業が失敗したときは債務不履行が生じるとする。つまり，

仮定３：$0<P_2-G<(1+r_D)D_2.$

社債の償還に関して，事業成功時には$(1+r_D)D_2$を支払い，事業失敗時には利潤フローP_2-Gが返済に充てられる。したがって，

$$D_c=(1+r_D)D_1+r_DD_2+\frac{1}{1+r}\{\alpha(1+r_D)D_2+(1-\alpha)(P_2-G)\}. \tag{20}$$

この式を(18)式に当てはめると倒産閾値が求まるが，清算時に債務超過となるかどうかで場合分けをする必要がある。

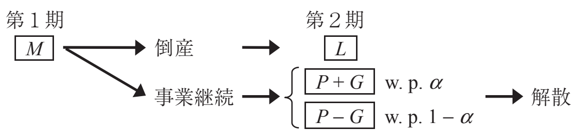

図１　２期間モデル

ｉ）$L + M \geq (1 + r_D)(D_1 + D_2)$のとき
倒産閾値は次のようになる。

$$P_D = L + \frac{1}{1+r}[\{\alpha(1+r_D) - (1+r)\}D_2 + (1-\alpha)(P_2 - G)]. \tag{21}$$

倒産閾値の水準が高いため, 期待利潤フローが高くても倒産するという事態を,「倒産しやすい状況」と呼ぶならば，それは次のようなものである。

性質(r_D)：r_D が大きいほど倒産しやすい。

性質(L)：L が大きいほど倒産しやすい。

性質(D_2-1)：$\alpha > \frac{1+r}{1+r_D}$ のときは，D_2が大きいほど倒産しやすい。
$\alpha < \frac{1+r}{1+r_D}$ のときは，D_2が小さいほど倒産しやすい。

性質(G)：G が小さいほど倒産しやすい。

性質(D_2-1)については，次のように説明できる。第２期に満期が来る社債の元本 D_2について，倒産すると D_2だけ返済する。この金額は，事業を継続し，かつ事業に成功することで，期待値 $\frac{\alpha(1+r_D)D_2}{1+r}$ の返済へと変化する[20]。この両者を比べると，$\alpha < \frac{1+r}{1+r_D}$ のとき，倒産よりも事業継続の方が社債保有者への支払い額は少なくなる。すなわち，事業を継続し，D_2の返済をもう１期だけ延ばすと，事業の成功確率が低いことから，D_2を全額返済しなくても済む可能性が高くなるのである。D_2が大きいほどこの効果が支配し，$D_c < D_b$ となるので，結託は事業継続を選ぶ。逆に，$\alpha > \frac{1+r}{1+r_D}$ のときは，成功確率が高いため，事業を継続すると社債保有者への期待支払い額が高くなる。D_2が大きいほどこの効果が支配し，$D_b < D_c$ となるので，結託は倒産を選択する。

性質(G)については，次のように説明できる。G が大きいということは，事業のリスクが高いことを意味する。事業が成功するとき，結託の利益は $P_2 + G - (1 + r_D)D_2$，社債保有者の利益は $(1 + r_D)D_2$となる。他方，事業が失敗したとき

20) 第1期に支払うクーポン $r_D D_2$は，倒産時，事業継続時ともに同じ額を社債保有者に支払うので，考慮に入れない。事業に失敗すると，獲得した利潤フロー$P - G$ を社債保有者に支払い，D_2の水準には関係しない。

は，結託の利益は０，社債保有者の利益はP_2-Gとなる。したがって，リスクが高い事業ほど成功すると結託はより多くの利益を得るが，社債保有者はリスクに関係なく一定額しか得られない。逆に，失敗しても結託の利益は０のままであるが，社債保有者は回収できない債権の額が増加する。このことから，結託は下方リスクに対しては損失を回避でき，上方リスクの利益を享受するので，事業の成功のみを考慮に入れて意思決定をする。これが有限責任ルールによる効果である（図２）。財務上の困難に直面しているとき，結託はリスクの高い事業を継続させる傾向にあるが，社債保有者はそのような事業を倒産させることを望む。これは倒産に関する請求者間の利害対立に他ならない。

企業価値は事業の成功・失敗双方の可能性を考慮に入れた価値であるが，有限責任ルールにより，結託は事業が成功する場合にのみ関心を払う。このことが倒産バイアスあるいは事業継続バイアスを引き起こす。(9)式と(21)式を比べることで，次の結果が示される。

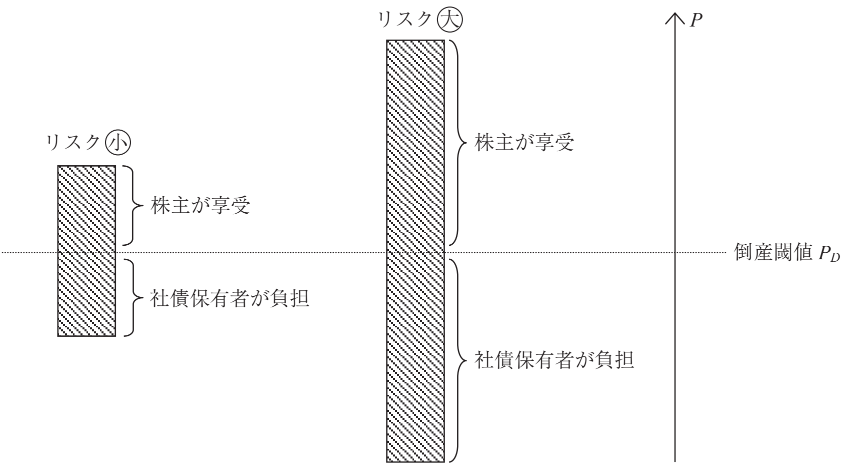

図２　有限責任ルール：株主は上方リスクを享受し，下方リスクは社債保有者に移転される

性質(α)：$\alpha > \dfrac{1+r}{1+r_D}$ のときは，つねに $P_E < P_D$ となり，$P^e \in (P_E, P_D)$ならば倒産バイアスが発生する

$\alpha < \dfrac{1+r}{1+r_D}$ のときは, D_2が大きいか, あるいは G が大きいならば,

$P_E > P_D$ となり，$P^e \in (P_D, P_E)$ならば事業継続バイアスが発生する

成功確率が高いとき，企業価値の観点からは事業を継続することが効率的となる。一方，事業継続により社債保有者への期待支払い額が増えるため，倒産を選択した方が結託価値は高くなる。これにより倒産バイアスが生じる。一方，成功確率が低く，かつ負債額が大きい，あるいはリスクが高いときは，企業価値の観点からは倒産することが効率的となる。しかし，性質(G)や性質(D_2-1)より結託は事業継続を好む。これにより事情継続バイアスが生じる。

ⅱ）$L + M < (1 + r_D)(D_1 + D_2)$のとき

倒産閾値は次のようになる。

$$P_D = (1+r_D)D_1 + r_D D_2 + \frac{1}{1+r}\{\alpha(1+r_D)D_2 + (1-\alpha)(P_2 - G)\} - M \quad (22)$$

これより，性質(r_D)，性質(G)に加えて，次の性質が成立する[21]。

性質(D_2-2)：D_2が大きいほど倒産しやすい。

性質(D_1)：D_1が大きいほど倒産しやすい。

性質(M)：M が小さいほど倒産しやすい。

仮定３より，(22)式右辺の第３項について，

$$\frac{1}{1+r}\{\alpha(1+r_D)D_2 + (1-\alpha)(P_2 - G)\} < \frac{(1+r_D)D_2}{1+r} \quad (23)$$

が成り立つので,

$$P^e \in \left[P_D, (1+r_D)D_1 + r_D D_2 + \frac{(1+r_D)D_2}{1+r} - M\right) \quad (24)$$

となるときは，債務超過（(12)式）の状態にあっても事業を継続する。つまり，倒産するときは必ず債務超過になっているが，債務超過というだけで直ちに倒

21) L は債務超過がないときに，M と D_1は債務超過があるときに，それぞれ倒産決定に影響することが分かる。

産するとは限らず，事業を継続することもある。したがって，債務超過は倒産のための必要条件であるが，十分条件とはならないことが分かる。

３．無限時間における倒産決定

２期間モデルで考えた前節の分析を，無限時間に拡張して倒産モデルを構築する。このような拡張により，倒産の最適なタイミングについて議論することができる。任意の時点で倒産するという選択肢を持つことは，倒産オプションを保有していることと同じである[22)]。オプションの所有者はいつでも好きな時間にオプションを行使する権利を持つが，行使する義務はないので保有し続けることもできる。倒産決定は不可逆であるため，現時点の利潤フローが赤字であっても，将来の市場環境が改善し，赤字を埋め合わせる水準の利潤フローが実現する可能性があるならば，倒産せずオプションを保有し続け生産活動を継続することが合理的となる[23)]。倒産することは，将来獲得する利潤フローを失うことであり，これが倒産の機会費用となる。そして，倒産の機会費用を株式価値の観点から評価したものがオプション価値である。利潤フローの赤字が拡大し，オプション価値が最大（＝機会費用が最小）になるときが，倒産の最適なタイミングとなる。このタイミングは，生産物価格の限界的な水準（倒産閾値）によって定められる[24)]。また，２節と同様に，効率解として退出オプションを持つ企業が決定する退出閾値（操業停止点）を考える。倒産閾値は，事業

---

22) 倒産オプションや退出オプションは廃棄オプションの一種であり，プット・オプションとなる。つまり，好きな時間に事業を売却する権利を持ち，売却価格は残存価値，あるいは清算価値に等しくなる。

23) 無限時間モデルでは，ある時点で利潤フローが $P(t)-C-R<0$ となっても，直ちには倒産することはない。静学モデル（例えば，5節で議論する2段階ゲーム）では，$P(t)-C-R<0$ となったら倒産となる。

24) 現時点の価格が P であるとき，その時からオプション行使の閾値 P^* に達するまでに経過する時間の期待値は，

$$T(P)=\frac{2(\log P-\log P^*)}{\sigma^2-2\mu}$$

となる（導出方法は Dixit（1993），加藤（2010）参照）。したがって，P^* が小さいほどオプション行使の期待時間が遅くなる。

資金の一部を負債で調達している企業（有負債企業（levered firm）と呼ぶ）により，株式価値（levered-equity value と呼ばれている）が最大になるように決定される。すなわち，有負債企業の最適解である。これに対して，退出閾値は企業価値が最大になるように決定される。すなわち，有負債企業の効率解である。あるいは，事業資金をすべて株式で調達している企業（無負債企業（unlevered firm）と呼ぶ）の企業価値（＝株式価値）は有負債企業の企業価値と一致するので[25), 26)]，退出閾値は無負債企業の企業価値（all-equity value と呼ばれている）を最大にするものでもある。すなわち，無負債企業の最適解（かつ効率解）である。倒産オプションを持つ企業は倒産閾値に，また退出オプションを持つ企業は退出閾値に従って生産を停止する。

倒産･退出の閾値を求めた上で，さらに参入のタイミングについて検討する。市場へ参入するには，生産設備の購入といった投資が必要となる。このことから，参入の決定は投資オプションの行使と見ることができる。ここでも，有負債企業の参入決定について最適解と効率解を考える。つまり，最適解とは，株式価値が最大になるように投資オプションが行使されるときの投資閾値であり，参入後には倒産オプションを保有して生産活動を行う。効率解とは，企業価値が最大になるようにオプションが行使されるときの投資閾値であり，参入後には退出オプションを保有して生産活動を行う。この２つの閾値を比較することで，倒産オプションを持つ企業が実行する投資が，企業価値最大化と比べて過剰あるいは過少となるかを判断することができる。

---

25) 有負債企業の企業価値から見ると，元利支払いは株主と社債保有者の間の内部移転となる。

26) 有負債企業，無負債企業がともに同じ閾値で生産停止することを前提とした，事前的な（最適化する前の）企業価値については，「有負債企業の企業価値＝無負債企業の企業価値」となる。これはモディリアーニ＝ミラーの第1命題である。有負債企業は倒産閾値で，また無負債企業は退出閾値で生産停止するとき，すなわち事後的な（最適化後の）企業価値については，「有負債企業の企業価値＝無負債企業の企業価値－期待倒産費用」となり，両企業の企業価値は同じにならない。また，法人税があるときも，有負債企業の企業価値と無負債企業の企業価値は一致しない。法人税率をτとして，1時点のみの企業価値を考える。無負債企業の企業価値は$(1-\tau)(P-C)$であるが，有負債企業の企業価値は$(1-\tau)(P-C-R)+R=(1-\tau)(P-C-R)+\tau R$である。$\tau R$は負債による資金調達の税務上の利益となる。

3.1　モデルの設定

無限時間において，１企業のみが市場で生産活動をしている。企業は毎時点１単位の生産物を生産・販売している。この企業は倒産オプション，または退出オプションを保有しており，オプションを行使した時点で倒産，または退出する[27]。生産物価格について不確実性があり，t 時点の生産物価格を $P(t)$とすると，幾何ブラウン運動

$$dP(t) = \mu P(t)dt + \sigma P(t)dw(t) \tag{25}$$

に従い毎時点変動する。$w(t)$はウィナー過程に従う確率変数である。μ はドリフト・パラメータ，σはボラティリティ・パラメータで，ともに定数である。生産費用は C で時間に関係なく一定であり，生産活動をする限り毎時点支払う。t 時点の利潤フローは $P(t) - C$ となる。

倒産・退出決定は不可逆的で，一度実行されると保有していたオプションは失われる。また，同じ市場に再参入することはできない。

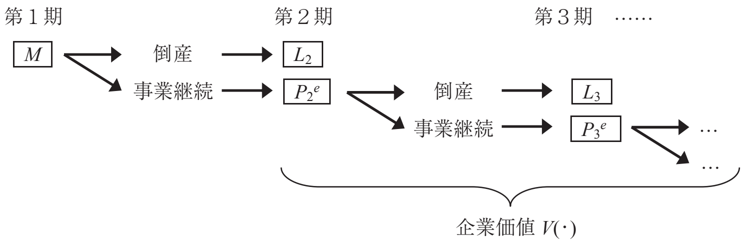

図３　無限期間モデル：２期間モデルとの対応

27) 事業部制を採っているときは，単独の事業部を閉鎖すると考えることもできる。Vercammen（2000）は複数の工場や事業部への投資（工場の増設，新規事業）について考えている。事業価値を清算価値そのものとして，事業価値の合計額が負債額を下回るならば倒産するとしている。

3.2　退出決定

ベンチマークとして，退出の最適なタイミングを考える[28]。生産物価格について不確実性があるため，退出時間を直接決めることは企業の最適化行動にならない。このような状況では，退出を実行する生産物価格である退出閾値 P_E を定め，実現する生産物価格が P_E より高ければ事業を継続し，P_E 以下となると直ちに退出する[29]。

まず，生産活動をしている企業の価値を考える。t 時点までの生産物価格の履歴$\{P(s)\}_{0\leq s\leq t}$が t 時点における退出の決定に影響を与えるが，P の確率過程はマルコフ性を持つので，t 時点においては $P(t)$のみが履歴を要約する変数となる。ゆえに，現時点で実現する生産物価格のみが，t 時点の退出決定に必要な情報となる。このことから，t 時点の企業価値は $V(P(t))$と表すことができる。以下では，V が満たすべき基本方程式を contingent claim（条件付き請求権）分析により導出する。これは，企業価値やオプション価値を，無リスク資産と価格が P である生産物で構成されるポートフォリオにより複製するというアプローチである[30]。生産活動をしており，かつ退出オプションを持つ企業を所有するために必要な投資額は $V(P)$である。この企業は，微小時間 dt において，インカム・ゲイン$(P-C)dt$ とキャピタル・ゲイン dV を生む。伊藤の補題よりキャピタル・ゲインは，

$$dV=\left\{\mu PV'(P)+\frac{1}{2}\sigma^2P^2V''(P)\right\}dt+\sigma PV'(P)dw \tag{26}$$

となるので，投資収益率は以下のようになる。

$$\frac{(P-C)dt+dV}{V(P)}=\frac{(P-C)+\mu PV'(P)+\frac{1}{2}\sigma^2P^2V''(P)}{V(P)}dt+\frac{\sigma PV'(P)}{V(P)}dw\cdot \tag{27}$$

---

28) リアル・オプションを用いた退出の理論研究には，Dixit（1989），Alvarez（1999）がある。

29) クーポンの支払いがない（$R=0$）ときでも，可変費用 C を手形や買掛金で支払うならば負債となる。したがって，$P-C<0$となると債務不履行の可能性が出てくるが，ここで想定する無負債企業は，企業内に無限の資金があり（つまり，財務上の制約がない），それで赤字を補填できるものとする。倒産することはないが，赤字により企業価値が減少するので，赤字が拡大すると退出することが最適となる。

30) 生産物価格の変動リスクが，資産市場（例えばコモディティ市場）で取引されることが前提である。資産市場で取引されていないときは，無裁定・完備市場で取引される債券により P の不確実性が span されると仮定する。つまり，P の確率的変動と完全相関する債券が存在するのである。

次に，無リスク資産１単位，生産物 n 単位から構成されるポートフォリオを考える。このポートフォリオへの投資額は $1 + nP$ である。生産物価格の期待上昇率は μ であり，また，生産物の配当利回りを δ とする[31)]。微小時間 dt において，配当は $n\delta Pdt$，キャピタル・ゲインは $ndP = n\mu Pdt + n\sigma Pdw$ であるので，生産物の収益は $n(\mu + \delta)Pdt + n\sigma Pdw$ となる。無リスク資産の収益は rdt となる。これより，ポートフォリオの投資収益率 Ω は，

$$\Omega = \frac{r + n(\mu + \delta)P}{1 + nP}dt + \frac{\sigma nP}{1 + nP}dw \,. \tag{28}$$

企業価値を複製するポートフォリオとなるためには，(27)式と(28)式のリスクと期待収益が一致していないといけない。つまり，

$$\frac{(P - C) + \mu PV'(P) + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 V''(P)}{V(P)} = \frac{r + n(\mu + \delta)P}{1 + nP} \,, \tag{29}$$

$$\frac{\sigma PV'(P)}{V(P)} = \frac{\sigma nP}{1 + nP} \,. \tag{30}$$

(30)式より，

$$n = \frac{V'(P)}{V(P) - PV'(P)} \,. \tag{31}$$

(29)式に代入すると，基本方程式が導かれ，次のようになる[32)]。

31) δ は便利収益率（convenience yield）である。これは，生産物を市場で販売せず在庫として持っておくことの便利さから生じる便益である。例えば，生産プロセスにおいて生産要素として使用するときには，現物市場で調達するより在庫で持っておいたほうが便利なのである。その便益の価値が δP である。

32) $r - \delta$ はリスク調整済み（リスク中立）ドリフトである。生産物の期待収益率は $\eta = \mu + \delta$ であり，CAPM より，

$$\eta = r + \phi\sigma\rho_{Pm}$$

という関係が成り立つ。ただし，ϕ は市場パラメータ（リスクの市場価格），ρ_{Pm} は生産物の収益率と市場ポートフォリオの収益率との相関係数である。リスク調整済み（リスク中立）ドリフトは，

$$r - \delta = \mu - \phi\sigma\rho_{Pm}$$

となる。以降の議論では，リスクを調整していないドリフト μ の代わりに，リスク調整済みドリフト $r - \delta$ を用いる。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 V''(P) + (r-\delta)PV'(P) - rV(P) + (P-C) = 0\,. \tag{32}$$

この式は $P > P_E$ について成立する。$P \le P_E$ のときは生産活動を止め，生産設備を転売することで得た収益から事業閉鎖に関わる費用を差し引いた価値，すなわち残存価値を得る。ここでは残存価値をゼロとする。基本方程式を解くと，

$$V(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} + a_1 P^{\beta_1} + a_2 P^{\beta_2}\,,\ \ P > P_E. \tag{33}$$

となる。a_1, a_2は定数であり，また，β_1, β_2は，

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta - 1) + (r-\delta)\beta - r = 0 \tag{34}$$

の解で，

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1\,, \tag{35}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0 \tag{36}$$

となる。境界条件は次のようになる。

$$\lim_{P\to\infty} V(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r}\,, \tag{37}$$

value-matching 条件：$V(P_E) = 0$, (38)

smooth-pasting 条件：$V'(P_E) = 0$. (39)

(37)式は，P が無限に大きくなると退出オプションの価値はゼロになり，退出の可能性がなくなるので，永久に利潤フローを得ることを意味している。これより $a_1 = 0$となる。(38)式は，退出時の残存価値がゼロであることを意味する。これらの条件より，退出閾値と企業価値が求まり次のようになる。

$$V(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} - \left(\frac{P_E}{\delta} - \frac{C}{r}\right)\left(\frac{P}{P_E}\right)^{\beta_2}\,, \tag{40}$$

$$P_E = -\frac{\beta_2}{1-\beta_2}\frac{\delta C}{r}\,. \tag{41}$$

(40)式より，企業価値は生産設備が生み出す価値と退出オプションの価値から構成されることが分かる。右辺第１項と第２項は，永久に生産活動を行うときに得る利潤の期待割引現在価値である。右辺第３項は次のように解釈できる。P_Eにおいてオプションを行使して，事業継続から退出へと状態を転換することで，企業価値が$\frac{P_E}{\delta}-\frac{C}{r}<0$から０へと変化する。また，$\left(\frac{P}{P_E}\right)^{\beta_2}$は割引因子であり，$P$が$P_E$に初めて到達する期待時間について割り引くものである[33)]。このことから，右辺第３項は退出オプションの期待現在価値と解釈することできる。現時点の生産物価格が低いほど, 将来期待される利潤フローも少なくなるため, 退出の機会費用は小さくなり退出オプション価値は高くなる。

3.3　倒産決定

事業資金の一部を負債で調達しているときは，倒産オプションを保有して生産活動を行うことになる。銀行からの借り入れはなく，負債はすべて社債発行によるものとする。社債の満期は存在せず（つまり満期は無限），毎時点一定のクーポン R を社債保有者に支払い続ける。請求者は株主と社債保有者のみであるが，２節で議論されたように，利潤フローの水準が低くクーポンの支払いができないときは，株主と銀行との間で結託が形成され，倒産するかどうかを決める主導権を握る。結託が事業継続を選択するならば，銀行は不足する金額を融資するが，結託が不足額を補填する意思がないときは，倒産を選択し事業を清算する。ここでは，結託価値を株式価値として，倒産閾値 P_D は株式価値 $E(P)$ の最大化により決定される[34)]。清算価値はすべて社債保有者に分配される。債務が免除された企業価値である無負債企業の企業価値 V のうち，$b \in [0, 1]$の割

33) 詳細は，Dixit and Pindyck(1994)，Chevalier-Roignantm and Trigeorgis(2011)，加藤(2014)を参照されたい。

34) この節では銀行の存在を明示していない。事業継続のために融資された資金を銀行へ返済するときは，株式価値から銀行へ支払われる。これは結託内の移転となる。

合が清算手続きの際に失われるとする[35)]。つまり，倒産費用は，

$$BC = bV(P_D) \tag{42}$$

で，清算価値は，

$$L = (1-b)V(P_D) \tag{43}$$

となる。社債価値を $D(P)$ とすると，倒産時には次式が成立する。

$$\text{有限責任ルール：} E_b = E(P_D) = 0, \tag{44}$$

$$D_b = D(P_D) = (1-b)V(P_D). \tag{45}$$

3.2節の議論から，株式価値 $E(P)$ は基本方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 E''(P) + (r-\delta)PE'(P) - rE(P) + (P-C-R) = 0\text{，} \quad P > P_D \tag{46}$$

を満たす。これを解くと，

$$E(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{C+R}{r} + c_1 P^{\beta_1} + c_2 P^{\beta_2}\text{，} \quad P > P_D. \tag{47}$$

c_1, c_2 は定数である。境界条件は次のようになる。

$$\lim_{P\to\infty} E(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{C+R}{r}, \tag{48}$$

$$\text{value-matching 条件：} E(P_D) = 0, \tag{49}$$

$$\text{smooth-pasting 条件：} E'(P_D) = 0. \tag{50}$$

---

35) 残存価値を退出時の企業価値とし，清算価値を倒産時の企業価値として区別する。清算価値と残存価値の関係を次のように考える。退出時に残存価値がゼロとなるとき，$V(P_E) = 0$ と P_E が選択される。倒産については次のように解釈する。生産物価格が P_D のときに生産設備を転売すると，$P_D > P_E$ であるから，債務が免除された企業価値は $V(P_D) > 0$ となる。そこから清算手続きにより価値 $bV(P_D)$ が消滅する。残った価値が清算価値である。退出時の残存価値を一定額 K とするならば，$V(P_E) = K$ となるように P_E が選択される。倒産時の企業価値は $V(P_D) > K$ となる。2節では，第1期での清算価値と残存価値はともに L とし，第2期の残存価値はゼロであるとした。

(48)式は，P が無限に大きくなると倒産オプションの価値がゼロとなり，永久に倒産をしないことを意味する。これより $c_1=0$ となる。(49)式は有限責任ルールである[36)]。これらの条件から株式価値と倒産閾値が導かれ，次のようになる。

$$E(P)=\frac{P}{\delta}-\frac{C+R}{r}-\left(\frac{P_D}{\delta}-\frac{C+R}{r}\right)\left(\frac{P}{P_D}\right)^{\beta_2},\quad P>P_D, \tag{51}$$

$$P_D=-\frac{\beta_2}{1-\beta_2}\frac{\delta(C+R)}{r}. \tag{52}$$

(51)式の右辺第３項は倒産オプションの価値である。

社債価値 $D(P)$は，次の基本方程式を満たす。

$$\frac{1}{2}\sigma^2P^2D''(P)+(r-\delta)PD'(P)-rD(P)+R=0,\quad P>P_D. \tag{53}$$

これを解くと，

$$D(P)=\frac{R}{r}+d_1P^{\beta_1}+d_2P^{\beta_2},\quad P>P_D. \tag{54}$$

ただし d_1, d_2は定数である。境界条件は[37)],

$$\lim_{P\to\infty}D(P)=\frac{R}{r}, \tag{55}$$

value-matching 条件：$D(P_D)=(1-b)V(P_D)$.　(56)

(55)式より，P が大きくなるほど債務不履行の可能性がなくなるので，社債保有者は永久にクーポンを得る。この条件から $d_1=0$ となる。(56)式を考慮に入れると社債価値は次のようになる。

$$D(P)=\frac{R}{r}-\left\{\frac{R}{r}-(1-b)V(P_D)\right\}\left(\frac{P}{P_D}\right)^{\beta_2},\quad P>P_D. \tag{57}$$

右辺第２項は，株主が倒産オプションを行使するとき，社債価値に与える影響である。

---

36) 企業価値がゼロのときに退出し，株式価値がゼロのときに倒産する。これが退出と倒産の違いであると考えることができる。

37) P_D は株式価値より導出されるので，社債価値に関する smooth-pasting 条件は不要である。

社債価値と株式価値を足し合わせたものが企業価値であるから，有負債企業の企業価値を $W(P)$とすると，

$$
\begin{aligned}
W(P) &= E(P) + D(P) \\
&= \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} - \left\{ \left(\frac{P_D}{\delta} - \frac{C}{r} \right) - (1-b)V(P_D) \right\} \left(\frac{P}{P_D} \right)^{\beta_2}
\end{aligned}
\tag{58}
$$

となる。(40)式を考慮すると，次の式が導かれる。

$$
W(P) = V(P) - bV(P_D)\left(\frac{P}{P_D} \right)^{\beta_2}. \tag{59}
$$

これより,「有負債企業の企業価値＝無負債企業の企業価値－期待倒産価値」が成り立つ。

(41)式と(52)式を比べると，$P_D > P_E$であり，$V(P_D) > 0$となることが分かる。したがって，$W(P_D) = (1 - b)V(P_D) > 0$である。株式価値を目的関数とする有負債企業は，無負債企業が退出するよりも，あるいは企業価値を目的関数とする有負債企業が退出するよりも，高い閾値で倒産し，企業価値が正であっても生産を停止する。つまり，倒産バイアスが生じる。(59)式から，倒産オプションを持つ企業の企業価値は, 退出オプションを持つ企業の企業価値よりも低くなる。倒産オプションを持つことで低下する企業価値が，エージェンシー・コストである。これを AC で表すと，

$$
\begin{aligned}
AC(P) &= V(P) - W(P) \\
&= bV(P_D)\left(\frac{P}{P_D} \right)^{\beta_2}
\end{aligned}
\tag{60}
$$

となり，期待倒産費用に等しくなる。

3.4　参入決定

次に, 参入のタイミングについて考える。企業はまだ市場に参入しておらず，生産活動をしていない。いま，市場へ参入するタイミングを図っており，参入

すると同時に投資を行い，事業に必要な生産設備を購入する[38)]。このような状況を，企業は投資オプションを保有しており，投資オプションの行使がすなわち参入決定であると解釈する。参入後は倒産オプション, あるいは退出オプションを保有した状態で生産活動をするので，投資オプション価値には倒産オプション，あるいは退出オプションの価値も含まれている。投資閾値（investment threshold）P_Iを次のように定義する。生産物価格が$P < P_I$のときは市場に参入せず生産物価格が上昇するまで好機を待ち，$P \geq P_I$となったときに参入し投資を実行する。投資費用（参入費用）I のうち，どれくらい社債発行により資金を調達するか（あるいはすべてを株式発行で調達するか）に関しては事前に決められている（コミットしている）。D を社債で調達し，残りの $I - D$ を株式で調達する[39)]。社債を発行したときは毎時点一定額のクーポン $R = r_D D$ を支払う。社債発行はこの一回限りであり，参入後には社債の追加発行はしない[40)]。

投資資金の一部を負債で調達すると，企業は有負債企業となり，株式価値の最大化により投資閾値 P_I*が決定される。投資資金を株式だけで調達すると企業は無負債企業となり，株式価値（＝企業価値）の最大化により投資閾値$\hat{P}_I$が決定される。また，有負債企業が企業価値を最大化するときも投資閾値は$\hat{P}_I$となる。すなわち，P_I*は有負債企業の最適解であり， $\hat{P}_I$は無負債企業の最適解（かつ効率解）であり，また有負債企業の効率解でもある。この２つの投資閾

38) リアル･オプション分析では, 新規参入のために投資をするときは新市場（new market）モデル，すでに市場で活動しており，生産を拡張するために投資をするときは既存市場（existing market）モデルとして区別している。Mauer and Sarkar（2005）は新市場モデルを考えている。これに対して Mauer and Ott（2000）は既存市場モデルを扱っている。投資前は生産物を１単位だけ生産しており利潤は P であり，投資後は生産物を q（> 1）単位まで拡張して生産し利潤は qP となる。倒産閾値は，投資オプションを行使するかどうかで異なる水準となる。

39) 投資資金を資本市場から容易に調達できることが前提となっている。債務超過にある企業は，資本市場から資金を調達できなくなる。したがって，投資が生み出す利益が如何に高かろうとも，実行に移すことができず，過少投資が引き起こされる（Milgrom and Roberts (1992)）。

40) Jou（2001）では，生産物価格 P と投資費用 I が状態変数になっている。投資費用 $I(t)$ は指数関数的に増加する。つまり，

$$dI(t) = \alpha I(t)dt.$$

清算価値は$\lambda I(t)$（ただしλは定数）となる。また，投資をする際には社債発行額も最適化する。つまり，有負債企業の企業価値 W を R で最大化する。

値を比較し，その値に乖離があれば過剰投資，もしくは過少投資のどちらかが生じることになる。$P_I{*} < \hat{P}_I$ ならば，企業価値を最大にするタイミングよりも遅く投資は実行されるので過少投資となる。逆に $P_I{*} > \hat{P}_I$ ならば過剰投資となる。

投資オプションの価値を $F(P)$とする。F は次式を満たす。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 F''(P) + (r-\delta)PF'(P) - rF(P) = 0\,,\quad P < P_I. \tag{61}$$

P_I は投資閾値である。これを解くと，

$$F(P) = h_1 P^{\beta_1} + h_2 P^{\beta_2}\,,\quad P < P_I. \tag{62}$$

ただし，h_1，h_2は定数である。P がゼロに近づくと，投資オプションの価値もゼロに近づくので，

$$\lim_{P\to 0} F(P) = 0\,. \tag{63}$$

これより $h_2 = 0$となる。

有負債企業は株式価値をもとに最適化するので，投資閾値 $P_I{*}$は次の境界条件を満たす。

$$\text{value-matching 条件：} F(P_I{*}) = E(P_I{*}) - (I-D), \tag{64}$$

$$\text{smooth-pasting 条件：} F'(P_I{*}) = E'(P_I{*}). \tag{65}$$

これらの条件から有負債企業の投資オプション価値が求まり，

$$F(P) = \{E(P_I{*}) - (I-D)\}\left(\frac{P}{P_I{*}}\right)^{\beta_1}. \tag{66}$$

また，投資閾値 $P_I{*}$は，

$$\left(1-\frac{1}{\beta_1}\right)\frac{P_I{*}}{\delta} - \frac{C+R}{r} - (I-D) - \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}-1\right)\left(\frac{P_D}{\delta}-\frac{C+R}{r}\right)\left(\frac{P_I{*}}{P_D}\right)^{\beta_1} = 0 \tag{67}$$

を満たす。$P_I{*}$はこの式から陽表的に解けないので，数値計算により値を確認する以外に手段がない。

資金提供者が進んで社債を購入するためには，

$$D = D(P_I*) \tag{68}$$

が成り立っていないといけない[41)]。ここで，

$$W(P_I*) = E(P_I*) + D(P_I*) \tag{69}$$

であるから，(68)式を(66)式に代入すると，投資オプション価値は，

$$F(P) = \{W(P_I*) - I\}\left(\frac{P}{P_I*}\right)^{\beta_1} \tag{70}$$

となる。

効率解は企業価値を最大化することにより求められるので，投資閾値 $\hat{P}_I$ は次の境界条件を満たす。

value-matching 条件： $F(\hat{P}_I) = V(\hat{P}_I) - I$,　(71)

smooth-pasting 条件： $F'(\hat{P}_I) = V'(\hat{P}_I)$.　(72)

これより，投資オプション価値は，

$$F(P) = \{V(\hat{P}_I) - I\}\left(\frac{P}{\hat{P}_I}\right)^{\beta_1}. \tag{73}$$

また，$\hat{P}_I$ は

$$\left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)\frac{\hat{P}_I}{\delta} - \frac{C}{r} - I + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} - 1\right)\left(\frac{P_E}{\delta} - \frac{C}{r}\right)\left(\frac{\hat{P}_I}{P_E}\right)^{\beta_2} = 0 \tag{74}$$

を満たす。$\hat{P}_I$ の値も数値計算で確かめるしかない。

Mauer and Sarkar（2005）による数値計算では，$P_I* > \hat{P}_I$ が成り立ち，過剰投資が生じることが示されている[42)]。つまり，投資資金の一部を負債により調達

41) $D(P_I*)$を社債の公正市場価値（fair market value）という。クーポン・レート r_D は公正市場価値から定まり，次のようになる。

$$r_D = \frac{R}{D(P_I*)}.$$

42) I = \$5, C = \$0.75, r = 5%, δ = 2%, σ = 25%, R = \$0.85, b = 35%として数値計算をしている。

するときは，すべて株式で調達するときよりも，参入のタイミングが早まることになる。投資収益は利潤フローであり，株主と社債保有者との間で共有され，クーポンが社債保有者の収益に，残りが株主の収益になる。投資費用のうち社債により調達した資金 D については，有限責任ルールにより，倒産した場合にはすべて社債保有者が負担する。このことから，倒産の可能性を考慮に入れた期待値で見ると，株主が負担する投資費用はすべてを株式で資金調達するときと比べて低くなる。このような理由から積極的に投資が行われる[43)]。また，リスクの高い事業ほど（つまり σ が大きいほど）P_I* は大きくなり，さらに P_I* と $\hat{P}_I$ の差が大きくなる。すなわち，投資費用を社債で調達すると，リスクの高い事業に対して投資が積極的に実行され，すべて株式で調達するときの投資閾値との乖離は広がり，過剰投資の程度が著しくなる。

倒産決定と同様に，投資決定についてもエージェンシー･コストが発生する。この場合のエージェンシー・コストとは，倒産オプションを持つことによって引き起こされる投資オプション価値の低下であり，

$$AC(P) = \{V(\hat{P}_I) - I\}\left(\frac{P}{\hat{P}_I}\right)^{\beta_2} - \{W(P_I{*}) - I\}\left(\frac{P}{P_I{*}}\right)^{\beta_2} \tag{75}$$

となる。

3.5　現金の蓄積がある場合

以上で議論されたモデルは，獲得した利潤フローを現金（退蔵現金（hoarded cash））で蓄積するという選択肢は与えられていないモデルであった。これは，利潤フローのうちクーポン支払い済みのものを全額，配当として株主に支払うことを暗黙の裡に仮定しているモデルである。そこでこの小節では，次のような可能性を考慮に入れてモデルを再構築する。獲得した利潤フローの一部を現金として企業内に蓄え（すなわち内部留保），利潤フローが負となったときに不

43) 投資決定をリアル・オプションにより分析した古典的な研究は負債を考えておらず，投資資金はすべて株式の発行で調達されるという前提で議論されている。オプション効果により NPV ルールと比べて過少投資となり，したがって投資時期が遅れることが示されている。

足分を補填するために現金を取り崩す。つまり，倒産を回避するために現金を蓄積するのである。現金が底を尽き，もはや赤字の補填ができないときに倒産する。ここでは，Murto and Terviö（2014）に基づいて議論を進める。

企業は負債を持たず，すべて株式で資金を調達している（すなわち無負債企業である）。したがって，企業価値と株式価値は一致する。また，企業は財務上の制約（financial constraint）に直面しており，蓄積された現金以外に赤字を補填する手段がない。また，蓄積された現金の一部を配当として株主に支払うことができる。

t 時点における現金残高を $M(t)$，t 時点までに支払った配当の累積額を $H(t)$とする。t 時点に支払う配当額は $dH(t)$となる。配当を支払わないときは $dH(t) = 0$ である。生産物価格 $P(t)$は(25)式に従って変動する。当該時点で獲得した利潤フローから現金を蓄積し，利潤フローが負となるときや配当を支払うときに現金残高が減る。また，保有する現金から利子を得ることができ，利子率は無リスク資産の収益率 r に等しいものとする[44]。利潤フロー，現金蓄積，受取り利子，および配当支払いの間には次のような関係がある。

$$\text{流動性制約：} dM(t) = \{P(t) - C + rM(t)\}dt - dH(t). \tag{76}$$

倒産（強制退出（forced exit））する状況は，利潤フローが負であり，かつこの損失を補填するための現金を保有していないことである。つまり，

$$\text{倒産の条件：} P(t) \leq C \text{ かつ } M(t) = 0 \tag{77}$$

である[45]。倒産する時間を，

$$\tau = \inf\{t |\, P(t) \leq C \text{ かつ } M(t) = 0\} \tag{78}$$

---

44) 一般的には現金が生む利子率をρとすると，$\rho \leq r$ となる。$r - \rho$は流動性プレミアムとなる。つまり現金保有にはコストがかかるので，倒産の可能性が低いときは配当を支払うことが最適となる。

45) 負債がないのに倒産するのは，次のような状況を想定しているからである。財務上の制約があるので，可変費用を手形で支払い生産するが，償還時に銀行の口座に現金がないため，不渡りとなり倒産する。

とする。さらに，現金が底をついて倒産してしまう前に，予防のため自発的に退出する（precautionary exit）ことを考える。このときは，現金残高のすべてを株主に配当として支払うので，次の関係が成り立つ。

$$\text{退出の条件：} P(t) \leq C \text{ かつ } M(t) \geq 0 \text{かつ } dH(t) = M(t). \tag{79}$$

つまり，$M(t)$が残存価値となる。

株式価値は，累積配当額の期待割引現在価値である。企業の最適化問題は，株式価値を最大にするように退出と配当政策を決定することである。すなわち，

$$\begin{cases} \underset{H}{\mathrm{Max}}\ \mathrm{E}\left(\int_0^{\tau} e^{-rt} dH(t)\right) \\ \text{s. t. } M(t) \geq 0,\quad t \in [0,\ \tau]. \end{cases} \tag{80}$$

(76)式よりこの問題は,

$$\begin{cases} \underset{H}{\mathrm{Max}}\ \mathrm{E}\left(\int_0^{\tau} e^{-rt} [\{P(t) - C + rM(t)\}dt - dM(t)]\right) \\ \text{s. t. } M(t) \geq 0,\quad t \in [0,\ \tau] \end{cases} \tag{81}$$

と書き換えられる[46)]。

t時点の状態変数は$(P(t), M(t))$であり, 退出と配当政策の決定に影響を与える。状態が(P, M)であり，事業を継続し，かつ配当を支払わないときの株式価値（＝企業価値）を$V(P, M)$と書く。まず，contingent claim 分析に基づき，$V(P, M)$が満たすべき基本方程式を導き出す。配当を支払わないときは，t 時点に獲得した利潤フローがすべて現金として企業内に蓄積されるので，インカム・ゲインはゼロである。キャピタル・ゲイン dV は，伊藤の補題より,

$$dV = \left\{\mu P V_P(P,M) + (P - C + rM)V_M(P,M) + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 V_{PP}(P,M)\right\}dt + \sigma P V_P(P,M)dw. \tag{82}$$

3.2節と同様の議論により基本方程式は,

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V_{PP}(P,M) + (r - \delta)V_P(P,M) - rV(P,M) + (P - C + rM)V_M(P,M) = 0 \tag{83}$$

46) 獲得した利潤フローから企業内に蓄積される現金は，株式価値から除外される。

となる。状況に応じて次のような境界条件が満たされる。倒産するとき，有限責任ルールにより，

$$\text{倒産：} V(P, 0) = 0, \quad \forall P \leq C. \tag{84}$$

P で退出するとき，蓄積された現金がすべて残存価値となるので，

$$\text{退出：} V(P, M) = M. \tag{85}$$

事業を継続するならば, 企業は残存価値よりも高い価値を得ていることになり，

$$\text{事業継続：} V(P, M) > M \tag{86}$$

が成立する。配当を dH だけ支払うとき，次の関係が満たされる。

$$V(P, M) = dH + V(P, M - dH). \tag{87}$$

$dH \to 0$とすると，次のように書き換えられる。

$$\text{配当支払い：} V_M(P, M') = 1, \quad \forall M' \in [M - dH, M]. \tag{88}$$

つまり，配当 dH を支払うときの現金残高 $M' \in [M - dH, M]$について，現金の限界価値が 1 となる。逆に言うと，配当を支払わず企業内に現金を蓄えるのは，現金の限界価値が 1 よりも大きくなっているときである。つまり，

$$\text{現金蓄積：} V_M(P, M) > 1. \tag{89}$$

このような条件の下で，最適な退出決定と配当政策は次のようにして導き出すことができる[47]。

47) 厳密な議論は Murto and Terviö（2014）を参照されたい。

(1) 退出決定

退出決定は，利潤フローだけではなく現金残高（流動性）にも依存する。$P(t) < C$ であり，かつ $M(t)$が小さいとき，近い将来倒産（強制退出）する可能性が高い[48]。倒産すると企業価値がゼロとなるので，その前に退出して現金残高を得たほうが株主の利益は大きくなる。このことから，実現する生産物価格 $P<C$ に対して現金に関する退出閾値 $\hat{M}(P)$ が存在して，現金残高が $M<\hat{M}(P)$ となるときに退出することが最適となる[49]。閾値 $\hat{M}(P)$ は次のような性質を持つ。生産物価格が低いほど企業価値も低くなり，それだけ倒産する可能性が高まるので，より多くの現金を蓄積していないと事業継続が最適ではなくなる。したがって，

$$\hat{M}'(P)<0 \tag{90}$$

となる。また，$P>C$ のときは現金残高に関係なく事業継続が最適となるので，

$$\lim_{P\to C}\hat{M}(P)=0\,. \tag{91}$$

さらに $\hat{M}(P)$ は次の境界条件を満たす。

$$\text{value-matching 条件：}\ V(P,\hat{M}(P))=M\,, \tag{92}$$

$$\text{smooth-pasting 条件：}\ V_P(P,\hat{M}(P))=0\,, \tag{93}$$

$$\text{smooth-pasting 条件：}\ V_M(P,\hat{M}(P))=1\,. \tag{94}$$

また，生産物価格があまりにも低水準だと，現金残高に関係なく退出することが最適となる。その生産物価格の上限を $\underline{P}$ とする[50]。企業内に資金が無尽蔵に存在するという意味で，財務上の制約がない企業（したがって無負債企業であ

48) fattest 企業が生き残ることを意味する。

49) 厳密には，

$$\hat{M}(P)=\mathrm{Max}\{M\,|\,V(P,M)=M\}\,.$$

50) 厳密には，

$$\underline{P}=\sup\{P\,|\,V(P,M)=M\}\,.$$

る）の退出閾値を P_E とする（これは (41)式で与えられる）。$P < P_E$ のときは財務上の制約の有無に関係なく退出するので，$P_E < \underline{P}$ となる。また，$P > C$ ならば現金残高に関係なく事業を継続するので，$\underline{P} < C$ となる。

（2）配当政策

現金が十分に蓄積されており，財務上の制約がないときの最大の赤字額 $C - P_E$ を埋め合わせるぐらいの利子を生み出していれば[51]，これ以上現金を蓄積しなくても事業を継続することができる。つまり，それだけの現金を蓄積していれば，実質的に財務上の制約がない状況と同じになる。このような現金残高を M^*とすると，

$$M^* = \frac{C - P_E}{r}. \tag{95}$$

このとき，M^*以上の現金は赤字を補填するために使用されないので，配当として株主に支払っても，あるいはそのまま蓄積しても倒産の可能性はなく，どちらを選択しても企業価値に与える影響は変わらない。したがって，

$$V(P, M^*) = V(P) + M,\quad \forall M > M^*. \tag{96}$$

ただし，$V(P)$は財務上の制約がなく，かつ獲得した利潤フローはすべて配当として株主に支払われるときの企業価値である（つまり(40)式である）。

以上の結果をまとめる（図４）。

・退出決定

$\underline{P} \in (P_E, C)$ が存在して，

ｉ）$P(t) \in [0, \underline{P})$ のとき，$M(t)$の水準に関係なく退出する。

ii）$P(t) \in (\underline{P}, C)$ のとき，$M(t)$の水準に応じて政策が変わり，$M(t) \in [0, \hat{M}(P(t)))$ なら退出し，$M(t) \in [\hat{M}(P(t)), \infty)$ なら事業を継続する。

51) 必ず $P_E < C$ である。(34)式より，

$$-\frac{\delta\beta_2}{r(1-\beta_2)} - 1 < 0$$

となり，両辺に C をかけることで証明される。

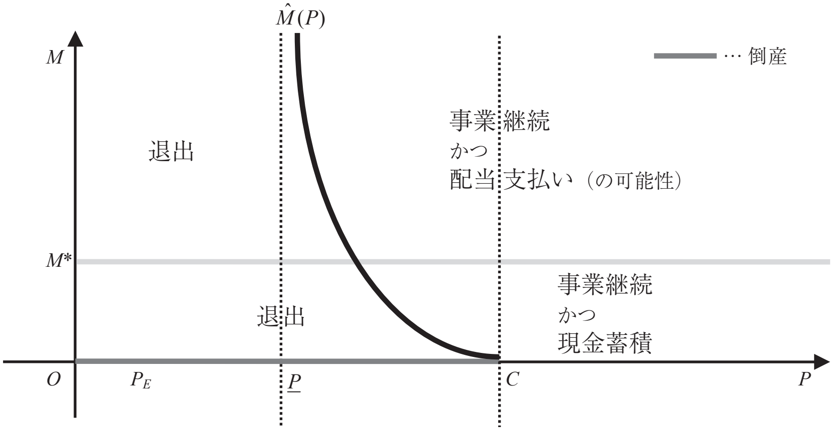

図４　最適な退出決定と配当政策

iii）$P(t) \in [C, \infty)$のとき，$M(t)$の水準に関係なく事業を継続する。

・配当政策

ｉ）$P(t) > P_E$ かつ $M(t) < \dfrac{C - P_E}{r}$ ならば，配当を支払わず現金を蓄積する。

ii）$P(t) > P_E$ かつ $M(t) > \dfrac{C - P_E}{r}$ ならば，配当を支払っても現金を蓄積しても無差別となる。したがって，配当を支払う可能性がある。

４．寡占市場における倒産決定

３節までの倒産モデルは，市場に１企業のみが活動している状況を考えていた。この節では，市場に２企業が活動している寡占（複占）市場へと議論を拡張して倒産モデルを構築する。すなわち，生産物市場において競争があり，両企業が倒産オプション行使のタイミングについて考えている。このような状況では，相手企業のオプション行使により自企業の価値が影響を受けるため，このことを考慮に入れた戦略的な観点からオプション行使のタイミングを計るこ

とになる。これが寡占市場における倒産決定の特徴である。ここでも倒産閾値を求めることが分析の目的となる。寡占市場における倒産閾値は，次のような状況が暗に考慮されている。競争により収益が悪化し，それにより財務上困難な状態に直面しても，最後まで市場に留まり独占の地位を獲得できるならば，結託は事業継続のために資金を提供し続ける。しかし，寡占競争が長期化し，かつ独占の利益がもはや享受できないほど市場の状態が悪化したら，結託はこれ以上の支援はせずに倒産を選択する。結託が支援できる限界的状態が倒産閾値である。各企業の倒産閾値を求めることで，資本構成や生産物市場での競争優位性について，どのような特徴を持つ企業が最初に倒産するか，また最後まで市場に残るかを明らかにすることができる[52]。

4.1　モデルの設定

いま市場では企業１と企業２の２企業が生産活動している。両企業は非対称的であり，支払いクーポンや利潤フローが異なる。初期状態ではどの企業も倒産していない[53]。

企業 i が t 時点で獲得する利潤フローを $\theta(t)\pi_i$ で表す。π_i は定数であり，産業構造によって値が異なる。２企業が市場で活動しているときは寡占利潤 π_i^d，相手企業が倒産し独占状態となっているときは独占利潤 π_i^m とする。次のような関係が成立する。

$$仮定４：\pi_i^m > \pi_i^d \quad (i=1,2) \tag{97}$$

$\theta(t)$ は両企業で共通する利潤フローの不確実性を表す状態変数で，幾何ブラウン運動

$$d\theta(t) = \mu\theta(t)dt + \sigma\theta(t)dw(t) \tag{98}$$

52) リアル･オプション分析により寡占市場の退出決定問題に取り組んだ研究には，Murto（2004），Sparla（2004），Bayer（2007）がある。

53) 初期状態 θ_0 は，

$$\theta_0 > \mathrm{Max}\{\underline{\theta}_i^l, \underline{\theta}_j^l\}$$

を満たす。

に従って変動する[54), 55)]。企業 i が支払うクーポン R_i は，毎時点一定とする。

状態 $\underline{\theta}$ で倒産するとき，企業 i の清算価値を $X_i(\underline{\theta})$ とする[56)]。有限責任ルールより，企業 i の社債価値 D_i と株式価値 E_i は次のようになる。

$$\text{有限責任ルール：}\quad D_i(\underline{\theta}) = X_i(\underline{\theta}), \tag{99}$$

$$E_i(\underline{\theta}) = 0. \tag{100}$$

ここで，最初に倒産する企業を「敗者（loser）」と呼び l で表す。最後まで市場に残り独占状態を享受する企業を「勝者（winner）」と呼び w で表す[57)]。

4.2　価値関数と倒産閾値の導出

企業 i を勝者，企業 j を敗者として，勝者の倒産閾値を $\underline{\theta}_i^w$，敗者の倒産閾値を $\underline{\theta}_j^l$ とする。当然，$\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^l$ である。

まず，敗者の最適化行動から価値関数と倒産閾値を求める。敗者の倒産閾値は，勝者の倒産閾値を所与として，株式価値が最大になるように決定される。$\theta > \underline{\theta}_j^l$ のときは寡占状態であり，$\theta \le \underline{\theta}_j^l$ のときは倒産するので，これを3.2節の議論に当てはめて考えると，株式価値は，

$$E_j^l(\theta) = \frac{\theta\pi_j^d}{\delta} - \frac{R_j}{r} - \left(\frac{\underline{\theta}_j^l\pi_j^d}{\delta} - \frac{R_j}{r}\right)\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_j^l}\right)^{\beta_2}, \quad \theta > \underline{\theta}_j^l, \tag{101}$$

社債価値は，

$$D_j^l(\theta) = \frac{R_j}{r} - \left\{\frac{R_j}{r} - X_j(\underline{\theta}_j^l)\right\}\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_j^l}\right)^{\beta_2}, \quad \theta > \underline{\theta}_j^l, \tag{102}$$

---

54) (36)式で表される乗数β_2を用いるために，μ，σは3節と同じ記号にしているが，同じ値とは限らない。

55) θは需要水準だと思えばよい。

56) 3節の清算価値と整合性を持たせるには，無負債企業の企業価値 $V(\theta)$を考えないといけないが，寡占状態で倒産する場合と，独占状態で倒産する場合とでそれぞれ分けて考える必要がある。その上で，$X(\theta) = (1 - b)V(\theta)$とする。

57) 両企業が同時に倒産を決定したときは，どちらかの一方の企業が確率1/2で倒産し，もう一方の企業は独占状態になると仮定する。ただし，これは議論の厳密性を失わせる仮定である。詳細は加藤（2014）参照。

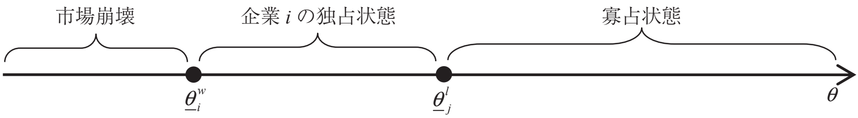

図５　産業構造

また，倒産閾値は，

$$\underline{\theta}_j^l = -\frac{\beta_2}{1-\beta_2}\frac{\delta R_j}{r\pi_j^d} \tag{103}$$

となる。

勝者については，$\theta > \underline{\theta}_j^l$ のときは寡占状態に，$\theta \in (\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l]$ のときは敗者の倒産により独占状態になり，さらに $\theta < \underline{\theta}_j^w$ のときは倒産する（図５）。勝者の価値関数はこれらの状況をすべて反映したものとなる。ここで，寡占状態にある勝者の株式価値を $E_i^d(\theta)$，独占状態にある勝者の株式価値を $E_i^m(\theta)$ とする。$E_i^m(\theta)$ については，3.2節の議論をそのまま当てはめることができる。したがって，

$$E_i^m(\theta) = \frac{\theta\pi_i^m}{\delta} - \frac{R_i}{r} - \left(\frac{\underline{\theta}_i^w \pi_i^m}{\delta} - \frac{R_i}{r}\right)\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2}, \quad \theta \in (\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l], \tag{104}$$

$$\underline{\theta}_i^w = -\frac{\beta_2}{1-\beta_2}\frac{\delta R_i}{r\pi_i^m}. \tag{105}$$

倒産閾値 $\underline{\theta}_i^w$ の値が小さいほど，独占状態を享受できる期間（monopoly tenure と呼ぶ）が長くなり株式価値が上昇する。この株式価値が高いほど，寡占競争に耐えて市場に残るインセンティブが強くなる。

寡占状態のときの株式価値は，敗者による倒産オプション行使の影響と，自身が持つ倒産オプション価値の２つを考慮に入れたものとなる。ここで，

$$E_i^d(\theta) = \frac{\theta\pi_i^d}{\delta} - \frac{R_i}{r} + k_1\theta^{\beta_1} + k_2\theta^{\beta_2}, \quad \theta > \underline{\theta}_j^l \tag{106}$$

とおく。ただし，k_1，k_2は定数である。θが無限に大きくなると倒産の可能性はなくなり，永久に寡占利潤を得ることになるので，次式が成り立つ。

$$\lim_{\theta\to\infty} E_i^d(\theta) = \frac{\theta\pi_i^d}{\delta} - \frac{R_i}{r}. \tag{107}$$

これより $k_1 = 0$ となる。さらに，$\underline{\theta}_j^l$ で敗者が倒産するので，寡占状態における株式価値と独占状態のそれと一致する。すなわち，

$$\text{value-matching 条件：} E_i^d(\underline{\theta}_j^l) = E_i^m(\underline{\theta}_j^l). \tag{108}$$

これより，k_2 が求まり株式価値が次式として与えられる58)。

$$E_i^d(\theta) = \frac{\theta\pi_i^d}{\delta} - \frac{R_i}{r} + \frac{\underline{\theta}_j^l(\pi_i^m - \pi_i^d)}{\delta}\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_j^l}\right)^{\beta_2} - \left(\frac{\underline{\theta}_i^w\pi_i^m}{\delta} - \frac{R_i}{r}\right)\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2}, \quad \theta > \underline{\theta}_j^l. \tag{109}$$

右辺第３項は，敗者が倒産オプションを行使したときに株式価値へ与える影響を表している。第４項は倒産オプションの価値である。

以上の議論より，勝者の株式価値は次のようになる。

$$E_i^w(\theta) = \begin{cases} \dfrac{\theta\pi_i^d}{\delta} - \dfrac{R_i}{r} + \dfrac{\underline{\theta}_j^l(\pi_i^m - \pi_i^d)}{\delta}\left(\dfrac{\theta}{\underline{\theta}_j^l}\right)^{\beta_2} - \left(\dfrac{\underline{\theta}_i^w\pi_i^m}{\delta} - \dfrac{R_i}{r}\right)\left(\dfrac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2} & (\theta > \underline{\theta}_j^l \text{のとき}) \\ \dfrac{\theta\pi_i^m}{\delta} - \dfrac{R_i}{r} - \left(\dfrac{\underline{\theta}_i^w\pi_i^m}{\delta} - \dfrac{R_i}{r}\right)\left(\dfrac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2} & (\theta \in (\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l] \text{のとき}). \end{cases} \tag{110}$$

社債保有者は，独占・寡占に関係なく事業を継続する限りクーポンを得るので，社債価値は次式で表される。

$$D_i^w(\theta) = \frac{R_i}{r} - \left\{\frac{R_i}{r} - X_i(\underline{\theta}_i^w)\right\}\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2}, \quad \theta > \underline{\theta}_i^w. \tag{111}$$

4.3　ナッシュ均衡の導出

こうして，勝者の倒産閾値 $\underline{\theta}_i^w$ と敗者の倒産閾値 $\underline{\theta}_j^l$ が求まった。続いてナッシュ均衡を導き，どちらの企業が勝者となるかを明らかにする。$\{\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l\}$ がナッシュ均衡として実現するときは企業 i が勝者になり，$\{\underline{\theta}_i^l, \underline{\theta}_j^w\}$ が実現するときは企業 j が勝者となる。ナッシュ均衡は両企業の最適反応によって求められる。

58）smooth-pasting 条件は不要。というのは，$\underline{\theta}_j^l$ は敗者の value-matching 条件と smooth-pasting 条件から決まるからである。

企業 i の最適反応とは，予想される相手企業の倒産閾値 $\underline{\theta}_j$ に対して，株式価値を最大にする倒産閾値 $\underline{\theta}_i$ を選ぶことである。$\underline{\theta}_j$ を所与として，ｉ）$\underline{\theta}_i < \underline{\theta}_j$ と反応するならば，勝者となり独占状態になるので，$\underline{\theta}_i = \underline{\theta}_i^w$ とすることが最適反応となる。ⅱ）$\underline{\theta}_i > \underline{\theta}_j$ と反応するならば，相手企業より先に倒産して敗者となるので，$\underline{\theta}_i = \underline{\theta}_i^l$ とすることが最適反応となる。ｉ）のときは $\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j$，ⅱ）のときは $\underline{\theta}_i^l > \underline{\theta}_j$ となっている。これより，最適反応を $\underline{\theta}_i^w$ とするのと $\underline{\theta}_i^l$ とするのが無差別となるような相手企業の倒産閾値 $\underline{\theta}_j \in [\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_i^l]$ が存在することが分かる。これを企業 i の留保閾値（reservation threshold）と呼ぶことにする。企業 j が $\underline{\theta}_j$ において先に倒産して，企業 i が勝者となるときに得る株式価値を考える。つまり，

$$E_i^w(\theta;\underline{\theta}_j) = \frac{\theta\pi_i^d}{\delta} - \frac{R_i}{r} + \frac{\underline{\theta}_j(\pi_i^m - \pi_i^d)}{\delta}\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_j}\right)^{\beta_2} - \left(\frac{\underline{\theta}_i^w \pi_i^m}{\delta} - \frac{R_i}{r}\right)\left(\frac{\theta}{\underline{\theta}_i^w}\right)^{\beta_2}, \quad \theta \geq \underline{\theta}_i^l. \tag{112}$$

この価値と，$\underline{\theta}_i^l$ で先に倒産するときの株式価値とが無差別となる，すなわち，

$$E_i^l(\theta) = E_i^w(\theta;\underline{\theta}_j), \ \forall\theta \geq \underline{\theta}_i^l \tag{113}$$

となるような相手企業の倒産閾値 $\underline{\theta}_j$ を求める。これが企業 i の留保閾値であり，$\underline{\theta}_i^r$ で表す。留保閾値の具体的な値は次のようになる。

$$\underline{\theta}_i^r = \left[\frac{\delta R_i}{r(1-\beta_2)(\pi_i^m - \pi_i^d)}\{(\underline{\theta}_i^l)^{-\beta_2} - (\underline{\theta}_i^w)^{-\beta_2}\}\right]^{\frac{1}{1-\beta_2}}. \tag{114}$$

これは確かに，

$$\underline{\theta}_i^w \leq \underline{\theta}_i^r \leq \underline{\theta}_i^l \tag{115}$$

を満たしている。状態が留保閾値 $\underline{\theta}_i^r$ まで低下してもなお相手企業が市場に留まるならば，言い換えれば，寡占状態が $\underline{\theta}_i^r$ まで続くならば，独占の利益を相殺してしまうので，相手企業よりも先に倒産することが最適となる。つまり，将来の独占状態を享受するために，どれぐらいまで長く市場に留まり寡占競争による損失を耐えられるかを示す，限界的な状態が留保閾値である。独占の利益が無限に大きくなるならば，永遠に市場に留まろうとする。この事実は，

$$\lim_{\pi_i^m \to \infty} \underline{\theta}_i^r = 0 \cdot \tag{116}$$

が成立することにより確認できる。逆に，独占の利益がないとき，すなわち寡占から独占になっても利潤フローが増えないならば，寡占状態での倒産閾値に従って倒産する。これは，

$$\lim_{\pi_i^m \to \pi_i^d} \underline{\theta}_i^r = \underline{\theta}_i^l \cdot \tag{117}$$

が成立することから明らかになる[59)]。

留保閾値を用いて，企業 i の最適反応は次のように表すことができる（図６，図７）。

ｉ）$\underline{\theta}_j \geq \underline{\theta}_i^r$ のとき，$\underline{\theta}_i = \underline{\theta}_i^w$ が最適反応となる。留保閾値に到達する前に相手企業が倒産するので，相手企業よりも長く市場に留まり独占状態を目指すことが最適となる。

ⅱ）$\underline{\theta}_j \leq \underline{\theta}_i^r$ のとき，$\underline{\theta}_i = \underline{\theta}_i^l$ が最適反応となる。留保閾値に到達した後に相手企業が倒産するので，寡占競争による損失が大きくなる前に，相手企業よりも先に倒産することが最適となる。

両企業の最適反応が両立する倒産閾値がナッシュ均衡であり，以下の３つの可能性がある。

---

59) 次のようにして証明される。まず，

$$\frac{\partial \underline{\theta}_i^w}{\partial \pi_i^m} = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \frac{\delta R_i}{r(\pi_i^m)^2}$$

である。(114)式の[　]内の分子と分母をそれぞれ π_i^m で微分したものに極限を取り，ロピタルの定理を適用すると，

$$\begin{aligned}
\lim_{\pi_i^m \to \pi_i^d} (\underline{\theta}_i^r)^{1-\beta_2} &= \lim_{\pi_i^m \to \pi_i^d} \frac{\delta R_i \beta_2 (\underline{\theta}_i^w)^{-\beta_2 - 1} \dfrac{\partial \underline{\theta}_i^w}{\partial \pi_i^m}}{r(1-\beta_2)} \\
&= \lim_{\pi_i^m \to \pi_i^d} \left(\frac{\beta_2}{1-\beta_2} \frac{\delta R_i}{r \pi_i^m} \right)^2 (\underline{\theta}_i^w)^{-\beta_2 - 1} \\
&= \lim_{\pi_i^m \to \pi_i^d} (\underline{\theta}_i^w)^{1-\beta_2} \\
&= (\underline{\theta}_i^l)^{1-\beta_2}
\end{aligned}$$

となり証明された。

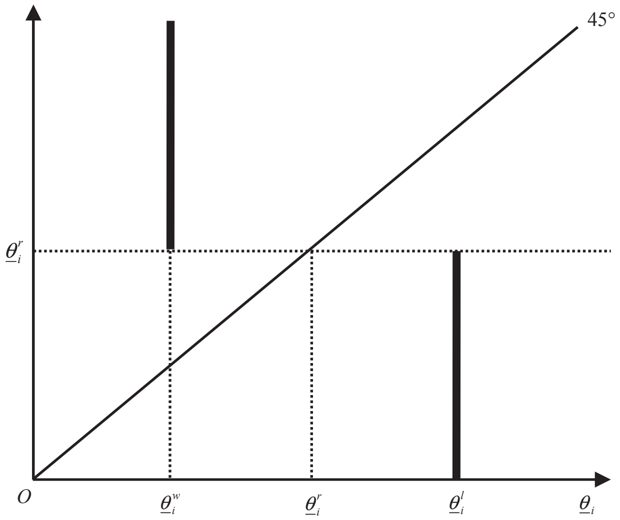

図６　企業 *i* の反応曲線

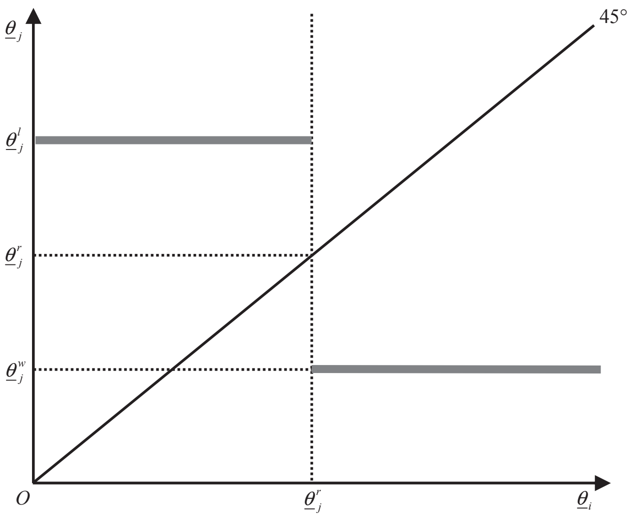

図７　企業 *j* の反応曲線

(1) 企業 i が企業 j を支配するケース，すなわち，$\underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^w$ あるいは $\underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^l$ となるとき，$\{\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l\}$ がナッシュ均衡となり，企業 i が勝者となる（図９，図10）。企業 i が支配するというのは，次のような状況である。企業 i は $\underline{\theta}_i^r$ に到達するまで寡占競争に耐えることができるが，企業 j の独占状態を享受する期間（monopoly tenure）が短く，たとえ独占であっても $\underline{\theta}_i^r$ に達する前に企業 j は倒産してしまう。つまり，$\underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^w$ が成立している。あるいは，企業 j は $\underline{\theta}_j^r$ まで寡占競争を耐えられるが，寡占状態での企業 i はそれより後に倒産する。つまり，$\underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^l$ が成立している。

(2) 企業 j が企業 i を支配するケース，すなわち，$\underline{\theta}_i^r > \underline{\theta}_j^l$ あるいは $\underline{\theta}_j^r < \underline{\theta}_i^w$ となるとき，$\{\underline{\theta}_i^l, \underline{\theta}_j^w\}$ がナッシュ均衡となり，企業 j が勝者となる。

(3) どちらの企業も支配しないケース，すなわち，$\underline{\theta}_i^r \in [\underline{\theta}_j^w, \underline{\theta}_j^l]$ かつ $\underline{\theta}_j^r \in [\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_i^l]$ となるとき（図８），２つのナッシュ均衡 $\{\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l\}$ と $\{\underline{\theta}_i^l, \underline{\theta}_j^w\}$ が存在する。ただし，独占状態での倒産閾値 $\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^w$ について，その値の小さい企業が勝者となる均衡のみ，部分ゲーム完全均衡として生き残る。$\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w$ となるとき，企業 i のほうが長く独占状態を享受でき（つまり monopoly tenure が長い），市場に留まるインセンティブが強い。企業 i が先に倒産するという均衡は，完全性の観点から排除される。なぜならば，$\theta \in (\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^w)$ から始まる部分ゲームでは，誤って企業 i が倒産し損ねたとき，企業 j は直ちに倒産し，企業 i は $\underline{\theta}_i^w$ まで市場に残るからである。したがって，$\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w$ のときは $\{\underline{\theta}_i^w, \underline{\theta}_j^l\}$ のみが部分ゲーム完全均衡となる。

4.4　勝者となる条件

以上で導き出されたナッシュ均衡から，企業 i が勝者となるための条件が判明する。それは，(1) 企業 i が企業 j を支配するときか，あるいは (2) どちらの企業も支配しないが，企業 i の独占状態での倒産閾値が企業 j のそれよりも低いとき，のどちらかである。つまり，

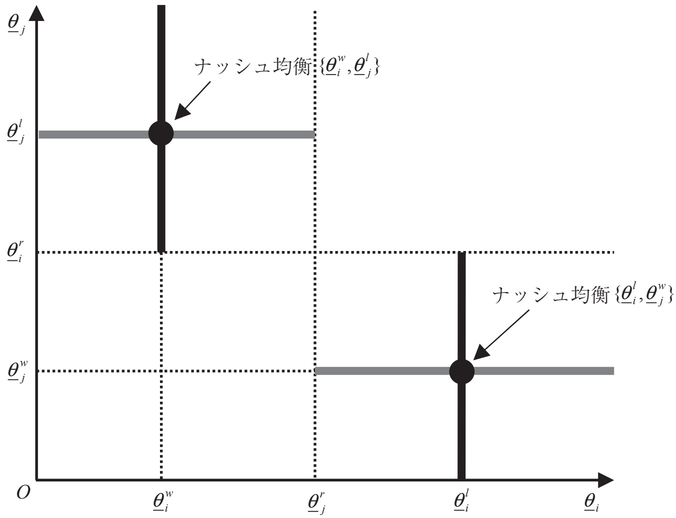

図８　ナッシュ均衡（(3)のケース）

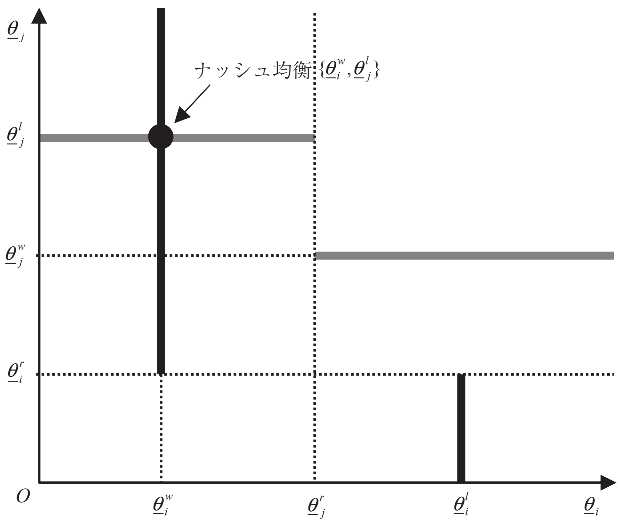

図９　ナッシュ均衡（(1)のケース：$\underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^w$）

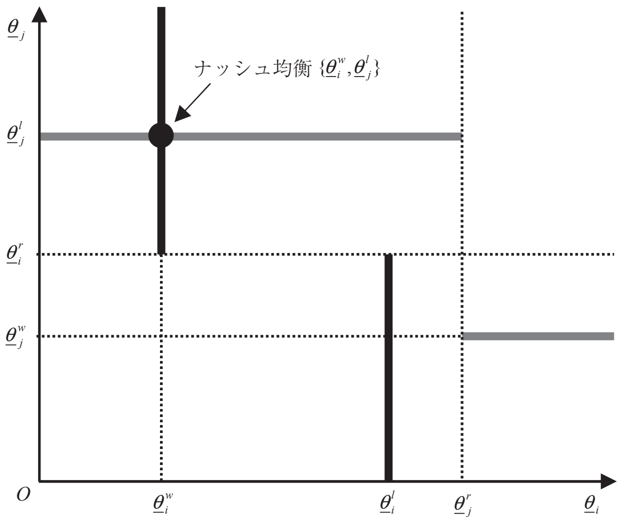

図10　ナッシュ均衡（(1)のケース：$\underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^l$）

ｉ）$\underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^w$ (118)

あるいは，

ii）$\underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^l$ (119)

あるいは，

iii）$\underline{\theta}_j^w \leq \underline{\theta}_i^r \leq \underline{\theta}_j^l$ かつ $\underline{\theta}_i^w \leq \underline{\theta}_j^r \leq \underline{\theta}_i^l$ かつ $\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w$ (120)

のいずれかが成り立っているときである。これらの条件は重複しているので，次の補題のように簡潔にまとめることができる。

補題 1　企業 i が勝者となる条件は，

$$（\mathrm{I}）\ \underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^l \tag{121}$$

あるいは

$$（\mathrm{II}）\ \underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^l \text{ かつ } \underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w \tag{122}$$

に縮約される。

証明　ⅰ）あるいはⅱ）が成り立たないときは，

$$\underline{\theta}_i^r \geq \underline{\theta}_j^w \text{ かつ } \underline{\theta}_j^r \leq \underline{\theta}_i^l \tag{123}$$

となるので，ⅲ）だけが成立するときは，

$$\text{ⅲ）}\ \underline{\theta}_i^r \leq \underline{\theta}_j^l \text{ かつ } \underline{\theta}_j^r \geq \underline{\theta}_i^w \text{ かつ } \underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w \tag{124}$$

とすればよい。また，$\underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w$ が成り立っているときは，(115)式より $\underline{\theta}_j^w \leq \underline{\theta}_j^r$ なので，必ず $\underline{\theta}_j^r > \underline{\theta}_i^w$ が成立する。これより，$\underline{\theta}_j^r \geq \underline{\theta}_i^w$ は余分な式となる。ⅲ）は次のように書き換えられる。

$$\text{ⅲ）}\ \underline{\theta}_i^r \leq \underline{\theta}_j^l \text{ かつ } \underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w . \tag{125}$$

さらに，ⅰ）が成り立つとき，(115)式より，

$$\underline{\theta}_i^w \leq \underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^w \leq \underline{\theta}_j^l , \tag{126}$$

つまり，

$$\underline{\theta}_i^r < \underline{\theta}_j^l \text{ かつ } \underline{\theta}_i^w < \underline{\theta}_j^w \tag{127}$$

となりⅲ）が成り立つので，ⅰ）は余分な条件となる。

証明終

これらの条件に(103)式，(105)式，(114)式を代入する。（Ⅰ）より，

$$\frac{R_i}{R_j} < \pi_i^d \left(\frac{(\pi_j^d)^{\beta_2} - (\pi_j^m)^{\beta_2}}{-\beta_2(\pi_j^m - \pi_j^d)} \right)^{\frac{1}{1-\beta_2}} \equiv \phi_1 \cdot \tag{128}$$

（Ⅱ）より，

$$\frac{R_i}{R_j} < \frac{\pi_i^m}{\pi_j^m} \equiv \phi_2 , \tag{129}$$

かつ

$$\frac{R_i}{R_j} < \frac{1}{\pi_j^d} \left(\frac{-\beta_2(\pi_i^m - \pi_i^d)}{(\pi_i^d)^{\beta_2} - (\pi_i^m)^{\beta_2}} \right)^{\frac{1}{1-\beta_2}} \equiv \phi_3 \tag{130}$$

となる。この３つの式をまとめると，企業 i が勝者となる条件は次のように与えられる。

$$\frac{R_i}{R_j} < \mathrm{Max}\{\phi_1, \min\{\phi_2, \phi_3\}\} \equiv \boldsymbol{\Phi} \cdot \tag{131}$$

すなわち，企業 i の相対クーポンが閾値 $\boldsymbol{\Phi}$ よりも低いときに，企業 i が勝者となる。

これまでの議論から，企業 i が勝者となるかどうかは，相対クーポン $\frac{R_i}{R_j}$，相対市場シェア $\frac{\pi_i^d}{\pi_j^d}$，および独占の相対利益 $\frac{\pi_i^m}{\pi_j^m}$ によって決まることが明らかになった[60)]。これらのパラメータの変化により，企業 i の生存がどのように影響を受けるか検討する。

補題２　次式が成立する。

ϕ_1 について，

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \pi_j^m} < 0 \,, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial \pi_i^d} > 0 \,, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial \pi_j^d} < 0 \cdot \tag{132}$$

60) さらには，乗数 β_2 によっても決まる。これは経済的要因 r，μ，σ に依存するパラメータである。

ϕ_2について，

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial \pi_i^m} > 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial \pi_j^m} < 0. \tag{133}$$

ϕ_3について，

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial \pi_i^m} > 0, \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial \pi_i^d} > 0, \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial \pi_j^d} < 0. \tag{134}$$

証明　(133)式の２つの関係，　(132)式の２番目の関係，および(134)式の３番目の関係は明らか。それ以外の関係について証明する。次の関数を考える。

$$g(X) = X^{\beta_2} - \beta_2 X + \beta_2 - 1. \tag{135}$$

$X \in (0, 1)$について，$g(0) = \infty$，$g(1) = 0$，$g'(X) < 0$なので，

$$\mathrm{sign}(g(X)) > 0, \quad \forall X \in (0, 1). \tag{136}$$

$X > 1$について，$g(1) = 0$，$g(\infty) = \infty$，$g'(X) > 0$なので，

$$\mathrm{sign}(g(X)) > 0, \quad \forall X > 1. \tag{137}$$

ところで，

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \pi_j^m}\right) = \mathrm{sign}\left(\beta_2 (\pi_j^m)^{\beta_2}\right) \times \mathrm{sign}\left(g\left(\frac{\pi_j^d}{\pi_j^m}\right)\right), \tag{138}$$

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \pi_j^d}\right) = \mathrm{sign}\left(\beta_2 (\pi_j^d)^{\beta_2}\right) \times \mathrm{sign}\left(g\left(\frac{\pi_j^m}{\pi_j^d}\right)\right), \tag{139}$$

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial \phi_3}{\partial \pi_i^m}\right) = \mathrm{sign}\left(-\beta_2 (\pi_i^m)^{\beta_2}\right) \times \mathrm{sign}\left(g\left(\frac{\pi_i^d}{\pi_i^m}\right)\right), \tag{140}$$

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial \phi_3}{\partial \pi_i^d}\right) = \mathrm{sign}\left(-\beta_2 (\pi_i^d)^{\beta_2}\right) \times \mathrm{sign}\left(g\left(\frac{\pi_i^m}{\pi_i^d}\right)\right) \tag{141}$$

であり，$\frac{\pi_j^d}{\pi_j^m}, \frac{\pi_i^d}{\pi_i^m} \in (0,1)$，$\frac{\pi_j^m}{\pi_j^d}, \frac{\pi_i^m}{\pi_i^d} > 1$ なので，４式の右辺２番目の符号はすべて正となる。

証明終

勝者となる企業の特徴は，次の３つのいずれかに分類される。

（1）fattest 企業[61)]

相対クーポン $\frac{R_i}{R_j}$ が小さく，閾値Φを下回るならば勝者となる。つまり，相手企業と比べて十分な財務基盤（financial resource）を持っており，負債に強く依存しないため，クーポンの支払額が少ないならば勝者となる。

（2）fittest 企業

補題２より，ϕ_1, ϕ_3は π_i^d の増加関数，π_j^d の減少関数である。したがって，閾値Φは π_i^d の増加関数，π_j^d の減少関数となる。寡占競争における収益力が相手企業よりも強い（つまり $\frac{\pi_i^d}{\pi_j^d}$ が大きい），効率的な企業が勝者となる。

（3）greediest 企業

補題２より，ϕ_2，ϕ_3は π_i^m の増加関数，ϕ_1，ϕ_2は π_j^m の減少関数である。したがって，閾値Φは π_i^m の増加関数，π_j^m の減少関数となる。独占の利益が相手企業よりも大きい企業（つまり $\frac{\pi_i^m}{\pi_j^m}$ が大きい企業）は，市場に留まるインセンティブが強く，勝者となる。

倒産決定を寡占市場で考えることで，次のような新しい視点が付け加えられた。倒産は自企業の財務状態や利潤フローだけではなく，競合企業が倒産する可能性も考慮に入れて決定される。将来において競合企業が倒産することで独占力が増し，それによって得られる利益が現在の低水準の利潤フローを埋め合

61) 他の文献では deep pocket とか long purse などと呼ばれている。

わせるかもしれない。現在の利潤フローは低く，それが財務上の困難を引き起こしても，このような可能性を期待し，結託より資金が提供される。しかし，競合企業の倒産確率が低いと予想されるならば，競争による損失がこれ以上積み重ならないためにも，財務上の困難に直面したら即座に倒産する。倒産に関わるこのような企業間の相互依存関係を，倒産の競争効果（competition effect）と呼ぶことにする。

５．産業組織分析との融合

産業組織論で取り扱われる標準的な寡占モデルは，企業の資本構成を考慮に入れておらず，生産費用や投資費用の資金は，すべて自己資本で調達していることを前提としていた。つまり，産業組織論で想定される企業は無負債企業であり，目的関数は企業価値であり，さらに生産停止の意思決定は退出（＝自発的退出）を意味している。企業が負債を持つことで，倒産（＝強制退出）の可能性が出てくる。生産物市場で得られた利潤が，負債を返済できる水準になければ倒産する。また，有限責任ルールが寡占競争の性質を変える。企業は，倒産時に発生する損失を考慮に入れずに，生産物市場における行動を最適化するからである。さらに，企業は将来起こる寡占競争を考慮に入れて，競争環境が自企業に有利になるよう戦略的に負債額を決めることができる。これは，最適な資本構成の決定が，産業構造や寡占競争のあり方にも依存することを示す。

４節でも寡占モデルが提示されたが，そこでは利潤が外生的に与えられており，その水準は産業構造とショックによって決定された。しかし，クールノー競争やベルトラン競争のように，企業は価格や生産量といった競争手段を持っており，利潤は競争の結果として内生的に決定されるのが，産業組織論の考え方である。この点からも，産業組織論の理論研究が，倒産を考慮に入れた寡占モデルに関心を持つことは至極当然のことである。１つの有効なアプローチとして，２段階ゲームによるモデル化が挙げられる。次のように定式化する。第１段階は資本市場を考え，借り入れや社債発行により，生産活動に用いる資金の一部を調達する（ここでは社債発行のみ考える）。続く第２段階では生産物市場を考える。各企業の負債額を所与として寡占競争が展開される。寡占競争で

得られた利潤が負債の元利を支払える水準になければ倒産し，有限責任ルールが適用される（図11）。

　このような２段階ゲームを用いて，資本構成と寡占競争の関係を明らかにした先駆的な研究が Brander and Lewis（1986）である。この研究は，第２段階の寡占競争をクールノー競争としている。この小節の議論は，Brander and Lewis モデルを，線形需要関数と限界費用一定の費用関数，また一様分布に従う需要ショックで考えたものである[62]。

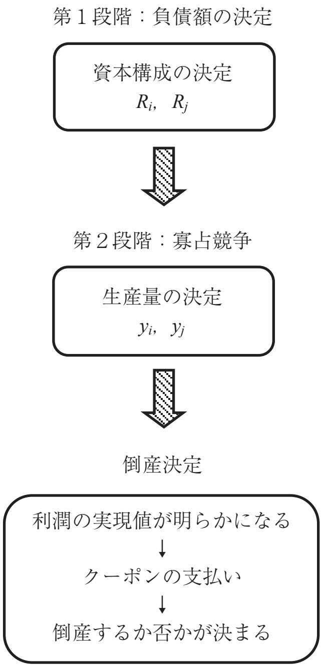

図11　２段階ゲーム

62) Brander and Lewis（1986）は一般的な利潤関数$\pi_i(y_i, y_j, z_i)$を与え，ショック z_i は確率密度関数 $f(z_i)$ に従うという設定で議論している。

5.1　２段階ゲームによる分析

いま市場では２企業が活動しており，それぞれ企業１，企業２と名付ける。両企業ともリスク中立的である。第１段階で負債額が同時手番により決定され，企業 i は R_i （$=(1+r_D)D_i$）だけの負債額を持つ。第２段階では，この負債額を所与としてクールノー競争が展開され，企業 i は生産量 y_i を決定する。需要の不確実性に直面している企業は，株式価値の期待値が最大になるように生産量を決定する。需要関数を，

$$p = a - y_i - y_j + z \tag{142}$$

とする。p は市場価格，a は定数，z は需要ショックである。ショックは両企業に共通とする。z の取りうる値の範囲は $[\underline{z}, \bar{z}]$ である。また z は一様分布に従う。つまり，z の確率密度関数は，

$$f(z) = \frac{1}{\bar{z} - \underline{z}} \tag{143}$$

となる。費用関数を，

$$C_i(y_i) = cy_i \tag{144}$$

として，限界費用 c は一定で，両企業とも同じ水準である。企業 i の利潤は，

$$\pi_i(y_i, y_j, z) = y_i(a - y_i - y_j + z - c) \tag{145}$$

となり[63)]，

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i} > 0 \tag{146}$$

を満たす。つまり，z が大きいほど限界利潤が増加する[64)]。

両企業が生産量を決定した後に，不確実であった需要水準が明らかになり（z

63) z を両企業共通の限界費用ショックと見ることもできる。

64) Brander and Lewis(1986)は一般的な利潤関数で考えているので，利潤関数が満たすべきいくつかの性質を仮定としている。特に，(146)式は結論に影響を与える重要な仮定となっている（脚注65)，脚注71)を参照）。

の値が判明し），企業は利潤を獲得する。獲得した利潤から負債額 R_i を社債保有者に支払う。ここで，$\pi_i(y_i, y_j, z) = R_i$ となる z を倒産閾値 $\hat{z}_i$ と定義する。すなわち，

$$y_i(a - y_i - y_j + \hat{z}_i - c) = R_i \,. \tag{147}$$

ただし，$\underline{z} < \hat{z}_i < \bar{z}$ とする。$z \geq \hat{z}_i$ が実現したときは債務を完済できるので，株主が残余請求者となり，利潤から負債額を引いた金額が株式価値となる。$z < \hat{z}_i$ が実現したときは債務不履行となり，企業 i は倒産する。有限責任ルールにより，社債保有者が残余請求者となり，獲得した利潤はすべて社債保有者に渡り，株式価値はゼロとなる。$[\underline{z}, \hat{z}_i]$ を倒産領域（bankruptcy region）と呼ぶことにする。$\hat{z}_i$ は y_i, y_j, R_i の関数であり，次のような関係がある。

$$\frac{\partial \hat{z}_i}{\partial R_i} > 0 \,, \tag{148}$$

$$\frac{\partial \hat{z}_i}{\partial y_i} = 1 - \frac{R_i}{y_i^2} \,, \tag{149}$$

$$\frac{\partial \hat{z}_i}{\partial y_j} > 0 \,. \tag{150}$$

負債額が大きいほど，あるいは相手企業の生産量が多いほど，倒産閾値は上昇し倒産領域が拡大する。また，自企業の生産量と倒産閾値の関係は負債額に依存し，$y_i > \sqrt{R_i}$ ならば生産量が多いほど倒産領域は拡大するが，$y_i < \sqrt{R_i}$ ならば生産量が多いほど縮小する。$y_i = \sqrt{R_i}$ のとき倒産領域が最も狭くなる。

第２段階のクールノー競争を考える。株式価値は，

$$E_i(y_i, y_j) = \int_{\hat{z}_i}^{\bar{z}} \{y_i(a - y_i - y_j + z - c) - R_i\} \frac{1}{\bar{z} - \underline{z}} dz \tag{151}$$

であり，(147)式を制約とする。１階の条件は，

$$\frac{\partial E_i}{\partial y_i} = \int_{\hat{z}_i}^{\bar{z}} \frac{\partial}{\partial y_i} \{y_i(a - y_i - y_j + z - c) - R_i\} \frac{1}{\bar{z} - \underline{z}} dz - \{y_i(a - y_i - y_j + \hat{z}_i - c) - R_i\} \frac{d\hat{z}_i}{dy_i} = 0 \,. \tag{152}$$

右辺第２項の{ }は(147)式よりゼロとなる。つまり，１階の条件は，

$$\int_{\hat{z}_i}^{\bar{z}} (a-2y_i - y_j + z - c)\frac{1}{\bar{z}-\underline{z}} dz = 0, \tag{153}$$

であり，これより，

$$a - 2y_i - y_j - c + \frac{1}{2}(\bar{z} + \hat{z}_i) = 0 \tag{154}$$

となる。(147)式を代入すると，

$$3y_i^2 - (A - y_j)y_i - R_i = 0 \tag{155}$$

となる。ただし，

$$A \equiv a + \bar{z} - c \tag{156}$$

と置く。反応関数 r_i は次のようになる。

$$\begin{aligned} y_i &= r_i(y_j, R_i) \\ &= \frac{(A - y_j) + \sqrt{(A - y_j)^2 + 12R_i}}{6}. \end{aligned} \tag{157}$$

これより，

$$\frac{\partial r_i}{\partial y_j} < 0, \tag{158}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial R_i} > 0. \tag{159}$$

(158)式より，通常のクールノー競争と同様に，反応曲線は右下がりであることが分かる。 (159)式は，負債額が大きいほど反応曲線は上方にシフトすることを意味する（図12）。両企業の反応関数を同時に満たす生産量の組がクールノー均衡生産量であり，一般に，

$$y_i^* = y_i^*(R_i, R_j) \quad (i = 1, 2;\ i \neq j) \tag{160}$$

のように両企業の負債額の関数となる。

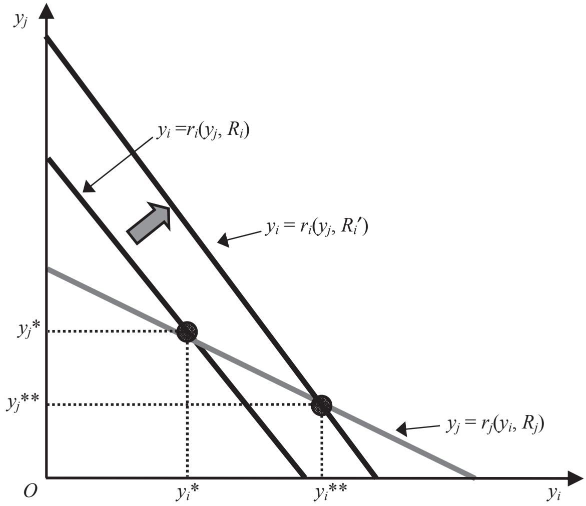

図12　反応曲線（$R_i < R_i'$とする）

２階の条件は,

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial {y_i}^2} < 0 \tag{161}$$

であり，また，クールノー均衡が一意かつ安定であるためには，次の２つの条件が満たされている必要がある。

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial y_j \partial y_i} < 0 \quad (i = 1, 2; i \neq j), \tag{162}$$

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 E_i}{\partial {y_i}^2} & \dfrac{\partial^2 E_i}{\partial y_j \partial y_i} \\ \dfrac{\partial^2 E_j}{\partial y_i \partial y_j} & \dfrac{\partial^2 E_j}{\partial {y_j}^2} \end{vmatrix} > 0 \cdot \tag{163}$$

ここで，(149)式と(155)式より，

$$\frac{\partial \hat{z}_i}{\partial y_i} = \frac{A - 2y_i - y_j}{y_i} \cdot \tag{164}$$

(155)式を(147)式に代入すると，

$$\hat{z}_i = -2A + \bar{z} + 4y_i + 2y_j \,. \tag{165}$$

この２式を用いると，

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial {y_i}^2} = \frac{(A - 2y_i - y_j)(A - 6y_i - y_j)}{(\bar{z} - \underline{z})y_i} \,, \tag{166}$$

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial y_j \partial y_i} = -\frac{A - 2y_i - y_j}{\bar{z} - \underline{z}} \,. \tag{167}$$

(162)式より，

$$A - 2y_i - y_j > 0. \tag{168}$$

(161)式より，

$$A - 6y_i - y_j < 0. \tag{169}$$

(163)式は，

$$\begin{vmatrix} \dfrac{(A - 2y_i - y_j)(A - 6y_i - y_j)}{(\bar{z} - \underline{z})y_i} & -\dfrac{A - 2y_i - y_j}{\bar{z} - \underline{z}} \\ -\dfrac{A - y_i - 2y_j}{\bar{z} - \underline{z}} & \dfrac{(A - y_i - 2y_j)(A - y_i - 6y_j)}{(\bar{z} - \underline{z})y_j} \end{vmatrix} > 0 \tag{170}$$

となり，(168)式を考慮すると，

$$\Delta = \begin{vmatrix} A - 6y_i - y_j & -y_i \\ -y_j & A - y_i - 6y_j \end{vmatrix} > 0 \,. \tag{171}$$

次に，自企業の負債額が，クールノー均衡生産量に与える影響について分析する。(155)式を全微分することで，次式を得る。

$$\begin{pmatrix} A - 6y_i - y_j & -y_i \\ -y_j & A - y_i - 6y_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dy_i{}^* \\ dy_j{}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -dR_i \\ -dR_j \end{pmatrix} . \tag{172}$$

クラメルの公式より，

$$\frac{dy_i{}^*}{dR_i} = \frac{-(A - y_i - 6y_j)}{\Delta} > 0 \,, \tag{173}$$

$$\frac{dy_j*}{dR_i} = \frac{-y_j}{\Delta} < 0 \tag{174}$$

となる。これらの式より，相手企業の負債額を一定として，自企業の負債額を増やすと，自企業の生産量は増加し，相手企業の生産量は減少することが分かる[65]。これは有限責任効果（limited liability effect）によるものである。倒産領域 $z \in [\underline{z}, \hat{z}_i)$ では株式価値がゼロとなるため，株主は状態 $[\hat{z}_i, \bar{z}]$ のみを考慮に入れて最適化する。したがって，倒産閾値における限界利潤 $\left.\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i}\right|_{z=\hat{z}_i}$ が最適生産量の水準を決定する要因となる。負債額が大きくなるほど倒産閾値 $\hat{z}_i$ が上昇し，(146)式より限界利潤が上昇することから，生産量を増やすことが最適となる（図13）。そして，戦略的代替性により，相手企業は生産量を減らすことが最適反応となる。

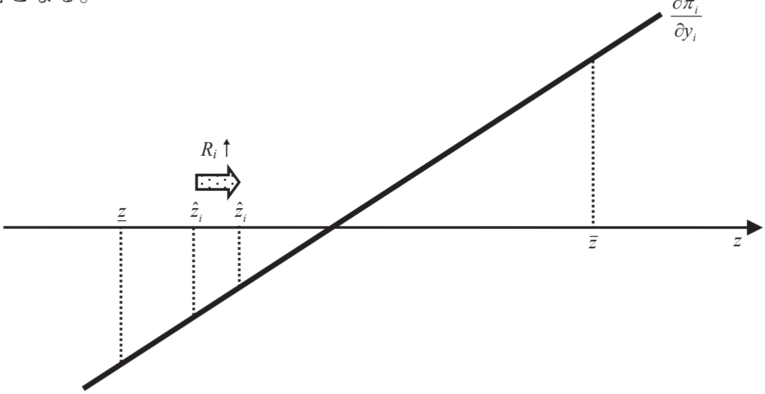

図13　限界利潤（ただし生産量 y_i, y_j は固定している）[66]

---

65) $\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial z \partial y_i} < 0$ となるモデルでは，自企業の負債額が増えると反応曲線は下方にシフトし，クールノー均衡では自企業の生産量は低下し，相手企業の生産量は増加する。

66) 倒産閾値における限界利潤が負になることを示す。

$$\left.\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i}\right|_{z=\hat{z}_i} = a - 2y_i - y_j + \hat{z} - c$$

$$= y_i\left(-1 + \frac{R_i}{y_i^2}\right)$$

$$= -(A - 2y_i - y_j) < 0.$$

分析結果から，次のことが明らかになった。負債は不確実性があるときに戦略効果を発揮し，低い需要水準が実現したら有限責任ルールが適用されることを考慮に入れる。これは積極的に生産することが最適となるような競争環境を作り出す。負債額が大きいほど，有限責任ルールが適用される需要状態が拡大するので，より高い需要状態のみを考慮に入れて最適化し，その結果より多く生産することが最適となる。また, 相手企業の生産量を抑えることができる[67)]。

第１段階について考える。負債額は企業価値を最大化することにより決定される。資金提供者は，購入を検討している社債の額面価格が，社債価値の期待値と釣り合うか（つまり公正市場価値であるか）どうかを考慮に入れて購入を決定する。したがって，社債発行額（＝負債額）は株式価値のみならず社債価値も考慮に入れて最適化される。いったん資金調達に成功すると，その後に決定される生産量は社債価値を考慮に入れず，株式価値の最大化によって決定される。社債価値は,

$$D_i(y_i, y_j) = \int_{\underline{z}}^{\hat{z}_i} \{y_i(a - y_i - y_j + z - c) - R_i\} \frac{1}{\overline{z} - \underline{z}} dz + \int_{\hat{z}_i}^{\overline{z}} \frac{R_i}{\overline{z} - \underline{z}} dz \tag{175}$$

となるので，企業価値は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_i(y_i^*, y_i^*) &= E_i(y_i^*, y_i^*) + D_i(y_i^*, y_i^*) \\ &= \int_{\underline{z}}^{\overline{z}} y_i(a - y_i^* - y_j^* + z - c) \frac{1}{\overline{z} - \underline{z}} dz \\ &= y_i^*(a - y_i^* - y_j^* - c) + \frac{1}{2}(\overline{z} + \underline{z}) y_i^* . \end{aligned} \tag{176}$$

すなわち，無負債企業の企業価値に等しい[68)]。１階の条件より，

$$\frac{\partial V_i}{\partial R_i} = \left\{ a - 2y_i^* - y_j^* - c^* + \frac{1}{2}(\overline{z} + \hat{z}_i) \right\} \frac{\partial y_i^*}{\partial R_i} - \frac{1}{2}(\hat{z}_i - \underline{z}) \frac{\partial y_i^*}{\partial R_i} - y_i^* \frac{\partial y_j^*}{\partial R_i} = 0 . \tag{177}$$

67) 負債を持つことは top dog 戦略となる。

68) 3節でも言及したように，法人税や倒産費用があるときは，有負債企業の企業価値と無負債企業の企業価値は一致しない。

(154)式より，右辺第１項の{ }内はゼロとなる[69]。よって，

$$-\frac{1}{2}(\hat{z}_i-\underline{z})\frac{\partial y_i^*}{\partial R_i}-y_i^*\frac{\partial y_j^*}{\partial R_i}=0 \tag{178}$$

が満たされるように負債額が決まる[70]。左辺第１項は，株主と社債保有者の利害対立により失われる企業価値，すなわちエージェンシー・コストを表す。第１項は一般的に，

$$-\frac{1}{2}(\hat{z}_i-\underline{z})\frac{\partial y_i^*}{\partial R_i}=\int_{\underline{z}}^{\hat{z}_i}\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i}\frac{\partial y_i^*}{\partial R_i}f(z)dz<0 \tag{179}$$

と書くことができる。脚注66)と(146)式より，

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i}<0,\quad \forall z\in[\underline{z},\hat{z}_i] \tag{180}$$

である。有限責任ルールにより，倒産領域における社債価値は利潤そのものとなる。株主は負債額が大きいほど生産量を増やすので，(180)式から社債価値は低下し，それだけ企業価値も失われる。(178)式の左辺第２項は戦略効果の価値を表す。一般的に，

$$-y_i^*\frac{\partial y_j^*}{\partial R_i}=\int_{\underline{z}}^{\bar{z}}\frac{\partial \pi_i}{\partial y_j}\frac{\partial y_j^*}{\partial R_i}f(z)dz>0 \tag{181}$$

と書くことができ，自企業の負債額が大きいほど相手企業の生産量を減少させ，それにより自企業の企業価値を増大させることができる。この相反する２つの

---

69) 包絡線定理である。第2段階では，$[\hat{z}_i,\bar{z}]$ における y_i が R_i に応じてつねに最適な水準に調整されているのである。

70) (178)式の左辺が負となるときは，R_i = 0が最適解であるとする。つまり無負債企業となる。このとき，クールノー競争では企業価値

$$V_i(y_i,y_j)=\int_{\underline{z}}^{\bar{z}}y_i(a-y_i-y_j+z-c)\frac{1}{\bar{z}-\underline{z}}dz$$

が最大になるよう生産量を決定する。ただし，需要状態が $\underline{z}$ であっても利潤は正で，生産費用は自己資本で支払えるものとする。企業 i の反応曲線は，次のようになる。

$$y_i=\frac{1}{2}\left(a-y_j-c+\frac{\bar{z}+\underline{z}}{2}\right).$$

効果によって，最適な負債額が決まる[71), 72)]。

Brander and Lewis（1986）を嚆矢として，それに続く研究ではさまざまな拡張モデルが提示された。Showalter（1995）は，第２段階をベルトラン競争として設定し，需要の不確実性と費用の不確実性を区別して分析している。費用に不確実性があるときは，有限責任ルールにより，企業はより低い費用の実現値のみを考慮に入れて最適化する。これにより, 負債は企業に低価格を提示させ，相手企業も低価格で反応する。このような低価格競争を避けるために，企業は負債を持たない（無負債企業となる）。需要に不確実性がある場合は，結果が正反対となる。企業はより高い需要状態のみを考慮に入れて最適化することから高価格を提示し，相手企業は高価格で反応するので，価格競争は緩和される。ゆえに，企業は負債を持つことが最適となる[73)]。Wanzenried（2003）は，製品差別化があるクールノー競争によりモデルを構築した。企業 i の需要曲線を次のように置く。

$$p_i = a - y_i - \gamma y_j + z_i \tag{182}$$

p_i は企業 i の価格で，z_i は需要に対する固有ショックである。$\gamma \in (-1, 1)$は製品差別化の程度を表す。両企業の財は，$\gamma < 0$のときは互いに補完財となり，$\gamma > 0$のときは代替財となる。この研究では，製品差別化の程度と最適な負債額の間に成り立つ関係について分析し，次のような結果を得ている。$\gamma = \gamma^* > 0$が存在して，そこを境にして U 字型の関係が成立する。すなわち，$\gamma = \gamma^*$のときに負債額が最小となり，$-1 < \gamma < \gamma^*$についてはγが小さくなるほど，換言すると，代替性が弱くなるほど，また補完性が強くなるほど，負債額を増やすことが最適となる。$\gamma > \gamma^*$については，γが大きくなるほど，つまり，代替性が強くなるほど，負債額を増やすことが最適となる。$\gamma = \gamma^*$を境に関係が逆転するのは，製品差別化の程度が変わることで競争に２つの相反する効果が働き，γ^*を境界とし

71) $\dfrac{\partial^2 \pi_i}{\partial z \partial y_i} < 0$のときは，負債額が大きいほど相手企業の生産量が増え，企業価値を低下させる。かつ，エージェンシー・コストが存在するので，企業は負債を一切持たないことが最適となる（つまり $R_i = 0$）。

72) 完全競争市場や独占市場では戦略効果は存在せず，エージェンシー・コストのみが存在するので，このような市場で企業は負債を持つことはない。

73) fat cat 戦略である。

て支配する効果が交代するからである。代替性が強いほど（γが大きいほど）競争が激化するので，積極的に生産し，相手企業の生産量を抑えることが最適となる。そのために負債額を増やすことになる。$\gamma > \gamma^*$ではこの効果が支配する。一方，代替性が小さいとき（γが小さいとき）は，自企業の生産量が相手企業の利潤に与える影響は小さいので，相手企業の報復的な反応を招くことなく生産量を増やすことができる。あるいは，補完性が強いとき（$\gamma < 0$が小さいとき）は生産量を増やすことで相手企業の利潤を増加させる。いずれの場合でも，生産量を増やすことが最適となり，これを実現するために負債額を増やすことになる。$-1 < \gamma < \gamma^*$ではこの効果が支配する[74)]。さらにこの研究では，負債を持つかどうかについて，事前に決定する同時手番ゲームを考えた。これは，寡占競争に参加するとき，有負債企業あるいは無負債企業のどちらの役割としてプレイするかを選択するゲームである。このゲームの構造を具体的な数値で表現すると，表６のようになる。自企業だけが有負債企業になるならば，積極的に生産を行い，かつ無負債企業の生産量を抑えることができるので，自企業の利潤は高くなる。しかし，両企業とも有負債企業になると，ともに大量生産してしまい，利潤が低下する。つまり，役割を選択するゲームは，シュタッケルベルク闘争（Stackelberg warfare）の性質を示す[75)]。

		企業２ 無負債	企業２ 有負債
企業1	無負債	10, 10	15, 20
企業1	有負債	20, 15	2, 2

表の数字は（企業１の利潤，企業２の利潤）を表す

表６　役割ゲーム

74) Franck and Le Pape（2008）および Haan and Toolsema（2008）は，Wanzenried（2003）の誤りに修正を施し，さらに精緻化している。次のように修正される。$\bar{z}^*$が存在して，$\bar{z} \leq \bar{z}^*$ならばγが大きくなるほど負債額を減らす。Wanzenried（2003）の結果が成り立つのは$\bar{z} > \bar{z}^*$のときであり，$\gamma^* = \gamma^*(\bar{z})$なる境界値が存在する。

75) Hughes, Kao, and Mukherji（1998）は，ゲームが始まる前に固有ショックの実現値に関する情報を開示し，企業間で情報を共有するモデルを提示した。不確実性が取り除かれることで，負債を戦略的に持つ意味がなくなり，シュタッケルベルク闘争を回避できる。

株式価値が目的関数である企業は，有限責任ルールがあるので，倒産しても何ら損失を被らない。一方,「有負債企業の企業価値＝無負債企業の企業価値－期待倒産費用」となる（これは(59)式と同じである）ことから，企業価値を目的関数とする企業にとり，倒産費用は倒産による損失となる。Brander and Lewis（1988）は，倒産費用がクールノー競争に与える影響について分析した。クールノー競争では，両企業とも企業価値が最大になるよう生産量を決定する。したがって，有限責任ルールは関係しないが，倒産費用の期待値を考慮に入れて生産量を決定することになる。倒産費用は一定で B_i とすると，企業 i の期待倒産費用は，

$$BC_i = \int_{\underline{z}}^{\hat{z}_i} B_i f(z) dz \tag{183}$$

となり，倒産閾値に影響を受ける[76]。負債額に応じて倒産閾値が変わり，それが期待倒産費用の変化を通じて自企業の生産量に影響を与える。また，(150)式より，自企業の生産量を増やすと，相手企業の倒産閾値が上昇する。その結果，相手企業の期待倒産費用が増加し，相手企業の生産量決定に影響を与える。このことから，有限責任効果を考慮に入れないときでも，倒産費用が存在するならば，やはり負債が戦略的な効果を持つことになる。これが倒産費用効果（bankruptcy cost effect）である。

5.2　今後の研究課題

ここではまとめに代えて，倒産モデルを産業組織分析へ応用することを視野に入れたときに，理論モデルをどのように構築し，そこからどのような研究課題が出てくるかを考える。

倒産が市場に与える影響を知るには，自企業のみならず，競合企業や消費者，

---

76) 企業 i の限界倒産費用の期待値は，

$$\frac{d}{dy_i}\int_{\underline{z}}^{\hat{z}_i} B_i f(z) dz = B_i f(\hat{z}_i)\frac{d\hat{z}_i}{dy_i}$$

となる。企業 i の倒産閾値 $\hat{z}_i$ が上昇すると，$f(\hat{z}_i)$ に影響を与えることを通じて，限界倒産費用の期待値が変化し，それが企業 i の生産量の最適化に影響を与える。

あるいは取引企業に及ぶ影響についても検討する必要がある。２節から5.1節までの議論から，倒産が市場に与える影響として，有限責任効果，倒産費用効果，および競争効果を見出した。それらに加えて，コミットメント効果（commitment effect）も考えられる。財務状態が健全で倒産確率が低い企業は，長い間市場に留まることにコミットしており，これが競合企業や消費者，あるいは取引企業の行動を変えるというものである[77)]。倒産確率が低い企業は，これらのプレイヤーと長期的関係を構築し，またこれらのプレイヤーに対して評判を確立できるのである。

耐久財企業と消費者の間に成立する倒産のコミットメント効果について，Titman（1984）が次のような説明を与えている。耐久財の多くは，消費を継続するため，購入後にメンテナンスや部品，あるいはアフターサービスが必要となる。耐久財企業が倒産することで，これらの補完財・サービスを取引するアフター・マーケットが消滅して，利用が不可能になる。その結果，期待メンテナンス費用が上昇したり，再度耐久財を買い直したりと，消費者が負担する耐久財所有の費用は増加する。このことを予想する合理的な消費者は，倒産しそうな企業からは耐久財を購入しなくなる，あるいは，その企業が販売する耐久財への評価が下がることで，販売価格が低下してしまう。倒産する可能性が低い耐久財企業は，これらの補完財・サービスを長期間に渡り提供するというコミットメントをしていることになり，耐久財に対する消費者の評価が高くなる。

また，メーカーと小売業者，あるいはサプライヤーとアセンブラーといった垂直的取引関係においても，倒産はコミットメント効果を持つ。例えば，倒産確率が低い川下企業は，川上企業に対して販路や取引を長期間維持するというコミットメントをすることになる。川上企業にとり，川下企業との間に長期的関係を構築することは大きな利益を生む。また，関係特殊的な投資も促進される。このような利益を考えて，財務上の困難に直面する川下企業に対して，川上企業は財政支援をしたり，場合によって川下企業の株式を所有して子会社化したりすることもある。それにより，川上企業が結託の一員になり，川下企業

77) 倒産の可能性は低くても，企業価値の観点から退出することがある。しかし，長期的関係や評判を確立した企業にとり，退出する利益は小さいものとなるであろう。

の倒産決定を左右することがある。川上企業の倒産に関しても，同様に考えられる[78)]。

倒産はコミットメント効果も考慮に入れて決定されるが，そこに時間非整合性（time-inconsistency）が生じる。生産・販売前（事前的）には，倒産によって消費者や取引企業が負担する費用を目的関数に含めて倒産を決定するが，生産・販売後（事後的）は考慮に入れない。この時間非整合性により，事後的には倒産バイアスが，事前的には事業継続バイアスが生じると推察できる。

倒産のコミットメント効果については，理論モデルによる分析はなされておらず，倒産の産業組織分析における重要な研究課題となるだろう。ここで，倒産が市場に与える４つの効果について以下にまとめる。倒産の産業組織分析においても，この４つの効果のいずれか，あるいは複数の効果が見出されると予想される。

(1) 有限責任効果：倒産時に残存する負債や発生する損失について，企業は考慮に入れず最適化を行う。それが生産物市場での積極的行動，もしくは消極的行動を導く。競争があるときには，競合企業の反応を変化させる。

(2) 倒産費用効果：事業の清算により企業価値が減少する。企業価値を考慮に入れて最適化する企業にとって，これが倒産による費用となる。したがって，期待倒産費用は企業の行動に影響を与える。また，自企業の行動が競合企業の期待倒産費用に影響を与えることで，競合企業の行動を変化させる。

(3) 競争効果：競合企業が倒産することで，自企業の独占力が増し，利潤フローが上昇する。それゆえ，将来の競合企業の倒産を期待して，現在の財務状況が悪くても資金の支援を得て長く市場に留まろうとする。競合企業の倒産可能性が低いことを予想する企業は，寡占競争が長引くこと嫌い，財務状況が悪化したときには直ちに倒産する。

(4) コミットメント効果：倒産の可能性が低いことは，市場に長く留まることのコミットメントとなり，競合企業や取引企業，あるいは消費者の期待に影響を与え，彼らの行動を変える。

---

78) 成生（2015）は，小売業者が負債により資金を調達するモデルを考えている。

5.1節で議論した２段階ゲームは，倒産モデルと寡占理論を融合したもので，産業組織分析に有用なモデルである。とりわけ，生産物市場を表現する第２段階では，産業組織論の知見が活用できる。5.1節ではクールノー競争やベルトラン競争を想定していたが, 他にも製品差別化競争, 広告競争, R&D 競争, M&A, 規格競争といった産業組織論ではなじみのある競争や投資を第２段階で考えることができる。倒産の可能性があると，既存の産業組織分析で得られた結果がどのように修正されるのであろうか[79)]。また，資本構成の違いにより各企業の倒産確率が変わるが，この違いが上に述べた競争をどう変化させるのであろうか。

２段階ゲームによる分析の多くは，生産物市場を１期間の静学モデルとして捉えている。だが，本稿３節や４節でも論じたように，生産物市場を無限時間で考えることが重要な意味を持つ。なぜならば，コミットメント効果や競争効果は，動学的状況において生じるものだからである。この点からも，オプション・ゲームによる定式化が必要不可欠となる。さらに具体的に述べると，無限時間の設定の下で，倒産オプションを保有する複数企業の間で寡占競争が展開される状況をモデル化することが，倒産の産業組織分析には欠かせないものとなる[80)]。これまでのリアル・オプション分析は，投資資金のすべてを株式発行

79) Showalter（1999）は，負債と参入の関係について取り組んだ研究である。負債を持つ独占的な既存企業を考える。費用の不確実性の下で，有限責任ルールは，参入後のベルトラン競争が激化することを参入企業に示すことになり，参入阻止の役割を果たす。需要の不確実性があるときは，参入後の均衡価格が高い水準に留まることを参入企業に示すことになるので，参入を引き起こす。Clayton（2009）は，クールノー競争の前に生産費用を削減する投資を実行する段階を設け，企業は投資額，およびそのうちどれくらいを負債で調達するかを決める。負債が多いほど投資に消極的になり，それがクールノー競争で不利な状況を生み出すので，負債では資金を調達せずに投資することを示した。Jensen and Showalter（2004）は，負債と R&D 競争の関係について考えている。負債により R&D 投資の資金を調達することで，全額株式で調達するよりも R&D 支出を少なくし，R&D 競争の激化を抑えることができる。Maksimovic（1988）は，繰り返しゲームを考え，暗黙の共謀と負債の関係について論じた。債権者は暗黙の共謀を維持して企業価値を高めることを望む。他方，カルテル破りをして，カルテルからの報復により将来の利潤がマイナスになって倒産しても，有限責任ルールにより株主の利益は守られる。これは負債額が大きいほど，カルテル破りのインセンティブが強くなることを意味する。したがって, 暗黙の共謀を維持できる負債額には上限が存在する。Riordan（2003）はサーベイ論文である。

80) オプション・ゲームの展望については加藤（2014）を参照されたい。

により調達することが暗黙のうちに仮定されていた。得られた結論は，（投資オプションを占有している下では）オプション効果により，NPV ルールと比べて投資の実行時期が遅くなるというものである。これに対して，オプション・ゲームを用いた分析によると，先手の利益がある寡占競争では，先制効果（preemption effect）により投資時期は早まることが示されている。これらの知見に加えて，本稿の３節で見たように，資本構成によっても投資のタイミングは影響を受けることになり，負債で資金を調達すると投資は積極的に行われる。このように，倒産オプションを考慮に入れることで，投資のタイミングに関して新たな視点が生み出される。また，３節で考えた投資は，事業を開始するかどうかを決める非分割性を持つ投資，すなわち lumpy investment であった。しかし，産業組織論では，生産量や価格といった連続的に調整する変数を企業行動とすることが多い。リアル・オプション分析ではこれを微調整ができる投資，つまり incremental investment とみなすことがある[81)]。さらに，本稿では清算型倒産のみを考えていたが，倒産には再建型もある[82)]。すなわち，財務上の困難に直面する企業は，事業継続，清算型倒産，そして再建型倒産の３つの選択肢を持つことになる[83)]。incremental investment や再建型倒産という新たなオプションを追加して，既存研究の結果を再考することも興味深いテーマになる。

産業組織論の視座から取り組まれる倒産の理論研究には，まだ多くの研究課題が残されている。このような課題に取り組むとき，これまでに蓄積された産業組織論の知見と，本稿で論じられた倒産モデルとの融合を見ることになるであろう。今後の進展が期待される。

---

81) incremental investment を扱ったリアル・オプション分析は多くあるが，そのほとんどが退出オプションを考えている。例外は Jou and Lee（2008）であり，倒産オプションを保有した企業が生産量を調整し，かつ寡占競争を繰り広げている。投資費用は生産の限界費用となる。

82) Baird and Morrison（2001）では，企業が再建型倒産を申請（会社更生法の適用を申請）したとき，裁判所が当該企業の収益性に関する情報を収集し，再建を認めるか清算させるかを決定する。裁判所の決定をオプションの行使と見て，すぐに判断を下さず，情報を集めるために行使をしばらく待つ可能性があることを指摘している。

83) 他企業に救済合併（failing firm defense）を申し出るという選択肢もある。

参考文献

[1] 星岳雄（2006）「ゾンビの経済学」岩本康志・太田誠・二神孝一・松井彰彦編『現代経済学の潮流2006』, pp.41-68。

[2] 加藤浩（2010）「不確実性下の新製品導入 ― リアル・オプション・アプローチ ― 」『経済科学（名古屋大学）』第57巻第4号 pp.213-224。

[3] 加藤浩（2011）「耐久財独占市場における新製品導入および退出の最適なタイミングについて」『応用経済学研究』5巻 pp.188-195。

[4] 加藤浩（2014）「寡占市場のオプション・ゲーム：基本モデルの展望と応用分析への展開」『経済学研究（西南学院大学）』第48巻第3・4号 pp.23-73。

[5] 成生達彦（2015）『チャネル間競争の経済分析：流通戦略の理論』, 名古屋大学出版会。

[6] 小田切宏之（2000）『企業経済学』, 東洋経済新報社。

[7] Alvarez, L. (1999), “Optimal Exit and Valuation under Demand Uncertainty: A Real Options Approach.”, *European Journal of Operational Research*, Vol.114, pp.320-329.

[8] Baird, E. and E. Morrison. (2001), “Bankruptcy Decision Making.”, *Journal of Law, Economics and Organization*, Vol.17, pp.356-372.

[9] Bayer, C. (2007), “Investment Timing and Predatory Behavior in a Duopoly with Endogenous Exit.”, *Journal of Economic Dynamic and Control*, Vol.31, pp.3069-3109.

[10] Brander, J. and T. Lewis. (1986), “Oligopoly and Financial Structure: The Limited Liability Effect.”, *American Economic Review*, Vol.76, pp.956-970.

[11] Brander, J. and T. Lewis. (1988), “Bankruptcy Costs and the Theory of Oligopoly.”, *Canadian Journal of Economics*, Vol.21, pp.221-243.

[12] Brealey, R., S. Myers., and F. Allen. (2013), *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill.

[13] Bulow, J. and J. Shoven. (1978), “The Bankruptcy Decision.”, *Bell Journal of Economics*, Vol.9, pp.437-456.

[14] Chevalier-Roignantm B. and L. Trigeorgis. (2011), *Competitive Strategy*: *Options and Games*, MIT Press.

[15] Clayton, M. (2009), “Debt, Investment, and Product Market Competition: A Note on the Limited Liability Effect.”, *Journal of Banking and Finance*, Vol.33, pp.694-700.

[16] Dixit, A. (1989), “Entry and Exit Decisions under Uncertainty.”, *Journal of Political Economy*, Vol.97, pp.620-638.

[17] Dixit, A. (1993), *The Art of Smooth Pasting*, Routledge.

[18] Dixit, A. and R. Pindyck. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.

[19] Frank, B. and N. Le Pape. (2008), “The Commitment Value of the Debt: A Reappraisal.”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.26, pp.607-615.

[20] Fries, S., M. Miller., and W. Perraudin. (1997), “Debt in Industry Equilibrium.”, *Review of Financial Studies*, Vol.10, pp.39-67.

[21] Haan, M. and L. Toolsema. (2008), “The Strategic Use of Debt Reconsidered.”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.26, pp.616-624.

[22] Hughes, J., J. Kao., and A. Mukherji. (1998), “Oligopoly, Financial Structure, and Resolution of Uncertainty.”, *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol.7, pp.67-88.

[23] Jou, J-B. (2001), “Entry, Financing, and Bankruptcy Decisions: The Limited Liability Effect.”, *Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol.41, pp.69-88.

[24] Jou, J-B. and T. Lee. (2008), “Irreversible Investment Financing and Bankruptcy Decisions in an Oligopoly.”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.43, pp.769-786.

[25] Jensen, R. and D. Showalter. (2004), “Strategic Debt and Patent Races.”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.22, pp.887‑915.
[26] Lambrecht, B. (2001), “The Impact of Debt Financing on Entry and Exit in Duopoly.”, *Review of Financial Studies*, Vol.14, pp.765‑804.
[27] Maksimovic, V. (1988), “Capital Structure in Repeated Oligopoly.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.19, pp.189‑238.
[28] Mauer, D, and S. Ott. (2000), “Agency Costs, Underinvestment, and Optimal Capital Structure.” In Brennan, M. and L. Trigeorgis. (eds.), *Project Flexibility*, *Agency*, *and Competition*: *New Developments in the Theory and Applications of Real Options*, Oxford University Press, pp.151‑179.
[29] Mauer, D. and S. Sarkar. (2005), “Real Options, Agency Conflicts, and Optimal Capital Structure.”, *Journal of Banking and Finance*, Vol.29, pp.1405‑1428.
[30] Milgrom, P. and J. Roberts. (1992), *Economics, Organization and Management*, Prentice Hall.
[31] Murto, P. (2004), “Exit in Duopoly under Uncertainty.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.35, pp.111‑127.
[32] Murto, P. and M. Terviö. (2014), “Exit Options and Dividend Policy under Liquidity Constraints.”, *International Economic Review*, Vol.55, pp.197‑221.
[33] Riordan, M. (2003), “How Do Capital Markets Influence Product Market Competition?”, *Review of Industrial Organization*, Vol.23, pp.179‑191.
[34] Sparla, T. (2004), “Closure Options in a Duopoly with Strong Strategic Externalities.”, *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Vol.67, pp. 125‑155.
[35] Showalter, D. (1995), “Oligopoly and Financial Structure : Comment.”, *American Economic Review*, Vol. 85, pp.647‑653.
[36] Showalter, D. (1999), “Debt as an Entry Deterrent under Bertrand Price Competition.”, *Canadian Journal of Economics*, Vol. 32, pp.1069‑1081.
[37] Tirole, J. (2006), *Corporate Finance*, MIT Press.
[38] Titman, S. (1984), “The Effect of Capital Structure on a Firm’s Liquidation Decision.”, *Journal of Financial Economics*, Vol.13, pp.137‑151.
[39] Vercammen, J. (2000), “Irreversible Investment under Uncertainty and the Threat of Bankruptcy.”, *Economics Letters*, Vol.66, pp.319‑325.
[40] Wanzenried, G. (2003), “Capital Structure Decisions and Output Market Competition under Demand Uncertainty.”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.21, pp.171‑200.
[41] White, M. (1980), “Public Policy toward Bankruptcy: Me-First and Other Priority Rules.”, *Bell Journal of Economics*, Vol.11, pp.550‑564.
[42] White, M. (1989), “The Corporate Bankruptcy Decision.”, *Journal of Economic Perspectives*, Vol.3, pp.129‑151.